

Matematik - 1

Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem ve Eşitsizlikler - Mutlak Değer

Ders İşleyiş Modülü - 1

Sınavlara Hazırlıkta ► 35 YILLIK DENEYİM ◀

- Yeni Müfredata Uygun
- ÖSYM Tarzında Sorular
- Akıllı Tahtaya Uyumlu

NESİBE AYDIN - MEHMET İLKER ÇOBAN
DİCLE GÖNDER - GİZEM YENTÜR - İREM DEDEOĞLU
MESUT UYAR - MURAT TEMİZER - MUSTAFA COŞKUN
NURHAN YAĞCI ÇOBAN - ZEKERİYA SARIGÖZ


Aydın Yayınları

Yayın Sorumlusu : Can TEKİNEL

Yayın Editörü : Mehmet İlker ÇOBAN

Dizgi - Grafik Tasarım : Aydın Yayınları Dizgi Birimi

ISBN No : 978-605-7945-33-4

Yayıncı Sertifika No : 16753

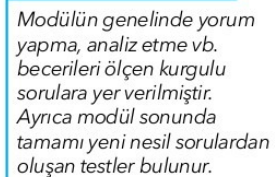
Basım Yeri : Ertem Basım Yayın Ltd. Şti. • 0312 640 16 23

İletişim : AYDIN YAYINLARI
info@aydinyayinlari.com.tr
Tel: 0312 418 10 02 • 0850 577 00 71
Faks: 0312 418 10 09

 0533 051 86 17

 aydinyayinlari

 aydinyayinlari



➤ **I. DERECEDEEN BİR
BİLİNMEYENLİ DENKLEM VE
EŞİTSİZLİKLER**

➤ **MUTLAK DEĞER**

- I. Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler • 2
- I. Dereceden Bir Bilinmeyenli Eşitsizlikler • 11
- Mutlak Değer • 27
- Mutlak Değerin Özellikleri • 29
- I. Dereceden İki Bilinmeyenli Denklemler • 44
- I. Dereceden İki Bilinmeyenli Eşitsizlikler • 52
- Karma Testler • 57
- Yeni Nesil Sorular • 63

BİRİNCİ DERECEDEN BİR BİLİNMEYENLİ DENKLEMLER

TANIM

➔ $a, b \in \mathbb{R}$ ve $a \neq 0$ olmak üzere,
 $ax + b = 0$ biçimindeki denklemlere **birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler** denir.
 $ax + b = 0$ denklemini sağlayan $x = -\frac{b}{a}$ sayısına **denklemin kökü** denir.
 Çözüm kümesi $\mathcal{C} = \left\{ -\frac{b}{a} \right\}$ ile gösterilir.
 Çözüm kümesinin elemanları denklemin ilk hâlini sağlar.

ÖRNEK 1

$$3x + (k - 4)y + 6 = 0$$

denklemini x e bağlı birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem olduğuna göre,

a. k değeri kaçtır?

Denklem x e bağlı olduğundan y değişkeninin katsayısı 0 olmalıdır.

Buna göre, $k - 4 = 0 \Rightarrow k = 4$ bulunur.

b. Çözüm kümesini bulunuz.

$k = 4$ olduğuna göre, $3x + 6 = 0$ denklemini elde edilir.

Buna göre, $3x = -6 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow \mathcal{C} = \{-2\}$ bulunur.

ÖRNEK 2

$$(a + 3)x^3 + (b - 2)x^2 + 2x - a + b - 1 = 0$$

denklemini birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem olduğuna göre, çözüm kümesini bulunuz.

Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem olduğuna göre,

$a + 3 = 0$ ve $b - 2 = 0$ olur.

$a = -3$ ve $b = 2$ olduğuna göre,

$$2x - (-3) + 2 - 1 = 0 \Rightarrow 2x = -4 \Rightarrow x = -2$$

$$\Rightarrow \mathcal{C} = \{-2\} \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK 3

$$3x - 12 = 0$$

denkleminin çözüm kümesini \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} ve \mathbb{R} kümesinde bulunuz.

$$3x - 12 = 0 \Rightarrow x = 4 \text{ olur.}$$

$4 \in \mathbb{N}$, $4 \in \mathbb{Z}$, $4 \in \mathbb{Q}$ ve $4 \in \mathbb{R}$ olduğundan \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} ve \mathbb{R}

kümesinde $\mathcal{C} = \{4\}$ bulunur.

ÖRNEK 4

$$3x - 11 = 0$$

denkleminin çözüm kümesini \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} ve \mathbb{R} kümesinde bulunuz.

$$3x - 11 = 0 \Rightarrow x = \frac{11}{3} \text{ bulunur.}$$

$$\frac{11}{3} \notin \mathbb{N}, \frac{11}{3} \notin \mathbb{Z}, \frac{11}{3} \in \mathbb{Q} \text{ ve } \frac{11}{3} \in \mathbb{R} \text{ olduğundan}$$

\mathbb{N} ve \mathbb{Z} kümelerinde $\mathcal{C} = \emptyset$,

$$\mathbb{Q} \text{ ve } \mathbb{R} \text{ kümelerinde } \mathcal{C} = \left\{ \frac{11}{3} \right\} \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK 5

$$-4(3x + 6) = 6(-2x + 3)$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

$$-4(3x + 6) = 6(-2x + 3)$$

$$\Rightarrow -12x - 24 = -12x + 18$$

$$\Rightarrow -24 = 18 \Rightarrow 0 = 42 \text{ olur.}$$

Bu durumda $\mathcal{C} = \emptyset$ bulunur.

ÖRNEK 6

$$3(2x + 4) = 2(3x + 6)$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

$$3 \cdot (2x + 4) = 2(3x + 6)$$

$$\Rightarrow 6x + 12 = 6x + 12$$

$$\Rightarrow 0 = 0 \text{ olur.}$$

Bu durumda $\mathbb{C} = \mathbb{R}$ bulunur.

ÖRNEK 7

$$(2a - 5)x + 12 = 0$$

denkleminin $\mathbb{C} = \{-2\}$ olduğuna göre, a kaçtır?

$$(2a - 5)(-2) + 12 = 0$$

$$-4a + 10 + 12 = 0$$

$$4a = 22 \Rightarrow 2a = 11$$

$$\Rightarrow a = \frac{11}{2} \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK 8

Aşağıdaki denklemlerin gerçel sayılardaki çözüm kümesini bulunuz.

a. $3x + 1 - [2x - (x - 3)] = 3 - x$

$$3x + 1 - 2x + x - 3 = 3 - x$$

$$2x - 2 = 3 - x \Rightarrow 3x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{3} \Rightarrow \mathbb{C} = \left\{ \frac{5}{3} \right\}$$

b. $\frac{13x}{5} + \frac{2(x-3)}{4} + \frac{x+1}{2} = 1$

$$\frac{52x + 10(x-3)}{20} = 1 - \frac{x+1}{2}$$

$$\frac{62x - 30}{20} = \frac{2 - x - 1}{2} \Rightarrow 62x - 30 = 10(1 - x)$$

$$\Rightarrow 72x = 40 \Rightarrow x = \frac{5}{9} \Rightarrow \mathbb{C} = \left\{ \frac{5}{9} \right\}$$

c. $\frac{x+m}{3} = \frac{x+n}{6} + \frac{x-n}{3}$

$$\frac{2(x+m)}{6} = \frac{x+n}{6} + \frac{2(x-n)}{6}$$

$$2x + 2m = x + n + 2x - 2n \Rightarrow x = 2m + n \Rightarrow \mathbb{C} = \{2m + n\}$$

d. $3 - \frac{1}{2 - \frac{1}{x}} = \frac{1}{3}$

$$3 - \frac{x}{2x-1} = \frac{1}{3} \Rightarrow 9 - \frac{3x}{2x-1} = 2$$

$$\Rightarrow 7 = \frac{3x}{2x-1}$$

$$\Rightarrow 14x - 7 = 3x$$

$$\Rightarrow 11x = 7$$

$$\Rightarrow x = \frac{7}{11} \Rightarrow \mathbb{C} = \left\{ \frac{7}{11} \right\}$$

e. $\left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{x+1}\right) = \frac{1}{9}$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \dots \frac{x}{x+1} = \frac{1}{9}$$

$$\frac{1}{x+1} = \frac{1}{9} \Rightarrow 9 = x+1$$

$$\Rightarrow x = 8$$

$$\Rightarrow \mathbb{C} = \{8\}$$

6. \mathbb{R} 7. $\frac{11}{2}$ 8. a. $\mathbb{C} = \left\{ \frac{5}{3} \right\}$ b. $\mathbb{C} = \left\{ \frac{5}{9} \right\}$

c. $\mathbb{C} = \{2m + n\}$ d. $\mathbb{C} = \left\{ \frac{7}{11} \right\}$ e. $\mathbb{C} = \{8\}$

BİLGİ

➤ $a, b, c, d \in \mathbb{R}, a \neq 0$ ve $c \neq 0$ olmak üzere,
 $\frac{ax+b}{cx+d} = 0$ ise $ax+b=0$ ve $cx+d \neq 0$ dir.

ÖRNEK 9

Aşağıdaki denklemlerin gerçekte sayılardaki çözüm kümesini bulunuz.

a. $\frac{(x^2-4)(2x-6)}{(x-2)(x-3)} = 0$

$$\frac{(x^2-4)(2x-6)}{(x-2)(x-3)} = 0 \Rightarrow (x^2-4)(2x-6) = 0 \text{ ve}$$

$$(x-2)(x-3) \neq 0 \text{ olur.}$$

$$(x^2-4)(2x-6) = 0 \Rightarrow x=2, x=-2, x=3$$

$$(x-2)(x-3) \neq 0 \Rightarrow x \neq 2 \text{ ve } x \neq 3 \text{ ise } \mathbb{C} = \{-2\}$$

b. $\frac{1}{x-2} + \frac{2}{x^2-4} = \frac{3}{x+2}$

$$\frac{x+2+2}{(x-2)(x+2)} = \frac{3}{x+2} \Rightarrow x+4 = 3(x-2)$$

$$\Rightarrow x+4 = 3x-6$$

$$\Rightarrow 2x = 10$$

$$\Rightarrow x = 5 \Rightarrow \mathbb{C} = \{5\}$$

c. $2x^2 - \frac{5}{x-2} = \frac{5}{2-x} + 8$

$$2x^2 + \frac{5}{2-x} = \frac{5}{2-x} + 8, x \neq 2$$

$$2x^2 = 8 \Rightarrow x^2 = 4$$

$$x = 2 \text{ veya } x = -2 \Rightarrow \mathbb{C} = \{-2\}$$

d. $\frac{2x}{x-1} = \frac{x^2}{1-x} + 2$

$$\frac{2x}{x-1} = -\frac{x^2}{x-1} + \frac{2(x-1)}{x-1}; x \neq 1$$

$$2x = -x^2 + 2x - 2$$

$$0 = x^2 + 2 \Rightarrow x^2 = -2 \Rightarrow \mathbb{C} = \emptyset$$

BİLGİ

$a, b, c, d \in \mathbb{R}, a \neq 0$ ve $c \neq 0$ olmak üzere,
 ➤ $(ax+b)(cx+d) = 0$ ise $ax+b=0$ veya $cx+d=0$ dir.
 ➤ $(ax+b)^2 + (cx+d)^2 = 0$ ise $ax+b=0$ ve $cx+d=0$ dir.

ÖRNEK 10

$$(4x+2)(2x+3) = (3x+4)(2x+3)$$

denkleminin kökler çarpımı nedir?

$$(4x+2)(2x+3) = (3x+4)(2x+3)$$

$$2x+3=0 \quad \text{veya} \quad 4x+2=3x+4$$

$$x=-3 \quad \text{veya} \quad x=2$$

$$x=-\frac{3}{2} \quad \text{veya} \quad x=2$$

Kökler çarpımı, $-\frac{3}{2} \cdot 2 = -3$ bulunur.

ÖRNEK 11

$$(2x-3)^2 + (3y-2)^2 = 0$$

olduğuna göre, $x+y$ kaçtır?

$$2x-3=0 \text{ ve } 3y-2=0 \text{ olmalıdır.}$$

$$x=\frac{3}{2} \text{ ve } y=\frac{2}{3} \text{ olup } x+y=\frac{13}{6} \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK 12

$$x, y \in \mathbb{R}, x^2 + y^2 - 4x + 8y + 20 = 0$$

denklemini sağlayan $x+y$ toplamı kaçtır?

$$x^2 - 4x + y^2 + 8y + 20 = 0$$

$$(x-2)^2 + (y+4)^2 = 0$$

$$x=2 \text{ ve } y=-4 \text{ olup } x+y=-2 \text{ dir.}$$

BİLGİ

$a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0$ olmak üzere,

$ax + b = 0$ denkleminde

➔ $a = b = 0$ ise $\mathbb{C} = \mathbb{R}$

➔ $a = 0$ ve $b \neq 0$ ise $\mathbb{C} = \emptyset$

➔ $a \neq 0$ ve $b = 0$ ise $\mathbb{C} = \{0\}$

➔ $a \neq 0$ ve $b \neq 0$ ise $\mathbb{C} = \left\{-\frac{b}{a}\right\}$ olur.

ÖRNEK 13

$$\frac{2x+1}{5} = \frac{x+a}{b}$$

denklemin her x gerçekte sayı için doğru olduğuna göre, a, b nedir?

$$2bx + b = 5x + 5a$$

$$2b = 5 \text{ ve } b = 5a$$

$$b = \frac{5}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{2} \text{ olup } a.b = \frac{5}{4}$$

ÖRNEK 14

$$\frac{3x+7}{3} + \frac{2x+b}{a+2} = 0$$

denkleminin çözüm kümesi boş küme olduğuna göre, b hangi sayı olamaz?

$$(3x+7)(a+2) + (2x+b)3 = 0$$

$$(3(a+2) + 6)x + 7a + 14 + 3b = 0$$

$$3a + 12 = 0 \text{ ve } 7a + 3b + 14 \neq 0$$

$$a = -4 \text{ için } b \neq \frac{14}{3} \text{ tür.}$$

ÖRNEK 15

$$2a(x+1) = 6x - 2$$

denkleminin reel bir kökü varsa, a ne olamaz?

$$2ax + 2a = 6x - 2$$

$$(2a-6)x = 2-2a \Rightarrow x = \frac{1-a}{a-3} \text{ için } a \neq 3 \text{ tür.}$$

ÖRNEK 16

$$(2a+3)x + 2b - 3 = (b+1)x + a$$

eşitliği her x gerçekte sayı için doğru olduğuna göre, $a + b$ kaçtır?

$$(2a+3)x + 2b - 3 = (b+1)x + a$$

$$2a + 3 = b + 1 \text{ ve } 2b - 3 = a \text{ dir.}$$

$$2a - b = -2$$

$$+ 2b - a = 3$$

$$a + b = 1 \text{ dir.}$$

ÖRNEK 17

$$\frac{1}{1 - \frac{2}{1 - \frac{1}{x-2}}}$$

ifadesini tanımsız yapan x değerleri nelerdir?

$$\frac{1}{1 - \frac{2}{1 - \frac{1}{x-2}}} ; x = 2 \text{ için tanımsız}$$

$$\frac{1}{1 - \frac{2}{1 - \frac{1}{x-2}}} ; x = 3 \text{ için tanımsız}$$

$$\frac{1}{1 - \frac{2}{1 - \frac{1}{x-2}}} ; x = 1 \text{ için tanımsız}$$

$$\frac{x-3}{-x+1} ; x = 1 \text{ için tanımsız}$$

ÖRNEK 18

$5m + 3 = 2mn - 3n$ eşitliğinde $n = x$ için m bulunamaz ve $m = y$ için n bulunamaz olduğuna göre, $x + y$ nedir?

$$5m + 3 = n(2m - 3) \Rightarrow n = \frac{5m + 3}{2m - 3}$$

$$m = \frac{3}{2} \text{ için } n \text{ bulunamaz.}$$

$$2mn - 5m = 3n + 3$$

$$m = \frac{3n + 3}{2n - 5}, n = \frac{5}{2} \text{ için } m \text{ bulunmaz.}$$

$$x + y = 4 \text{ olur.}$$

ÖRNEK 19

$$y = \frac{9x - 3}{x + 1}$$

ifadesinde y nin hangi değeri için x hesaplanamaz?

$$\begin{aligned} y(x + 1) &= 9x - 3 \\ yx + y &= 9x - 3 \\ y + 3 &= 9x - yx \\ y + 3 &= x(9 - y) \\ x &= \frac{y + 3}{9 - y} \text{ olup } y = 9 \text{ için } x \text{ hesaplanamaz.} \end{aligned}$$

ÖRNEK 20

$$\frac{4x - 3y + 3}{x - 3} = 0$$

olduğuna göre, y hangi tam sayı olamaz?

$$\begin{aligned} x \neq 3 \text{ ve } 4x - 3y + 3 &= 0 \text{ dir.} \\ \text{Buna göre, } 4 \cdot 3 - 3y + 3 &\neq 0 \\ 15 - 3y & \\ y &\neq 5 \text{ tir.} \end{aligned}$$

ÖRNEK 21

$$\frac{2x - 3}{3} + \frac{3x + a}{4} = 5$$

denkleminin bir kökü 2 olduğuna göre, a kaçtır?

$$\begin{aligned} \frac{2 \cdot 2 - 3}{3} + \frac{3 \cdot 2 + a}{4} &= 5 \\ \frac{1}{3} + \frac{a + 6}{4} &= 5 \\ \frac{4 + 3a + 18}{12} &= 5 \\ 3a + 22 &= 60 \\ 3a &= 38 \Rightarrow a = \frac{38}{3} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖRNEK 22

$$\frac{m}{nx} - \frac{n}{mx} = 1 - \left(\frac{m}{n}\right)^2$$

denkleminde $m \neq n$ olmak üzere x in m ve n türünden eşitini bulunuz.

$$\begin{aligned} \frac{m^2 - n^2}{mnx} &= \frac{n^2 - m^2}{n^2} \Rightarrow -mnx = n^2 \\ \Rightarrow x &= -\frac{n}{m} \text{ olur.} \end{aligned}$$

ÖRNEK 23

$$3m(n - m) = 2n + 2m$$

denkleminde n nin m cinsinden eşitini bulunuz.

$$\begin{aligned} 3mn - 3m^2 &= 2n + 2m \\ 3mn - 2n &= 3m^2 + 2m \Rightarrow n(3m - 2) = 3m^2 + 2m \\ \Rightarrow n &= \frac{3m^2 + 2m}{3m - 2} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖRNEK 24

$a \neq 2b$ olmak üzere,

$$\frac{a}{a - 2b} = 2x - 3y, \quad \frac{b}{a - 2b} = 3x + 5y$$

olduğuna göre, x in y cinsinden eşitini bulunuz.

$$\begin{aligned} 1 \cdot \frac{a}{a - 2b} &= 2x - 3y \Rightarrow \frac{a}{a - 2b} = 2x - 3y \\ -2 \cdot \frac{b}{a - 2b} &= 3x + 5y \Rightarrow \frac{-2b}{a - 2b} = -6x - 10y \\ + & \\ \Rightarrow \frac{a - 2b}{a - 2b} &= -4x - 13y \\ \Rightarrow 1 &= -4x - 13y \\ \Rightarrow x &= -\frac{13y + 1}{4} \end{aligned}$$

1. $2x + (k - 3)y + 12 = 0$

denklemin x e bağılı birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem olduğuna göre, k kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 2 E) 3

2. $2x - 13 = 0$

denkleminin çözüm kümesi N, Z, Q ve R kümelerinin kaç tanesinde boş kümeden farklıdır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

3. $\frac{3x-2}{2} = \frac{x}{6} + \frac{4x}{3}$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

- A) \emptyset B) R C) $R - \{6\}$
D) $\{-2\}$ E) $\{-6\}$

4. $3x - [x - (x + (x - y)) - y] + 2y$

işleminin sonucu nedir?

- A) $2x + 4y$ B) $4x + 3y$ C) $2y - 3x$
D) $4x + 2y$ E) $2x - 3y$

5. $3 - 3[4 - 2(1 - x)] = (2 - x) \cdot 3 + 2x$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left\{-\frac{7}{3}\right\}$ B) $\left\{-\frac{9}{5}\right\}$ C) $\left\{-\frac{6}{5}\right\}$
D) $\left\{-\frac{3}{2}\right\}$ E) $\{2\}$

6. $6 - [x - [2x - (3x - 2)] + 5] = 2x - (3 - x) + 1$
denkleminin kökü nedir?

- A) $\frac{5}{2}$ B) 2 C) $\frac{3}{2}$ D) 1 E) 0

7. $\frac{0,02 + (0,3) \cdot x}{0,06 + (0,2) \cdot x} = \frac{2}{3}$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left\{\frac{13}{20}\right\}$ B) $\left\{\frac{3}{50}\right\}$ C) $\left\{\frac{3}{25}\right\}$
D) $\left\{\frac{7}{20}\right\}$ E) $\left\{\frac{5}{12}\right\}$

8. $\frac{2x+3}{3} + \frac{3x+2}{2} = \frac{5x}{3}$

denkleminde x aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 3 B) -1 C) -2 D) -3 E) -4

1. $\frac{x-1}{2} + \frac{x}{2} = x - \frac{x-2}{3}$

denkleminin kökü nedir?

- A) $-\frac{1}{5}$ B) $-\frac{1}{10}$ C) $\frac{1}{10}$ D) $\frac{6}{5}$ E) $\frac{7}{2}$

2. $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{3-x} = \frac{2}{1-x} - \frac{3}{x-3}$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) {1} B) $\left\{\frac{11}{5}\right\}$ C) $\left\{\frac{7}{5}\right\}$
D) {5} E) \emptyset

3. $\left(1 + \frac{1}{3}\right)\left(1 + \frac{1}{4}\right)\left(1 + \frac{1}{5}\right)\dots\left(1 + \frac{1}{x}\right) = 4$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

4. $\frac{1}{\frac{3}{x+2}} = 0,15$

olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{3}{10}$ C) $\frac{2}{5}$ D) 1 E) $\frac{13}{10}$

5. $\frac{6}{4 - \frac{2}{2 - \frac{1}{x+1}}} = 3$

denkleminde x kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) 0 D) 1 E) 2

6. $\frac{x-2(x+1)}{x-2} = 2$

denkleminde x kaçtır?

- A) 2 B) $\frac{5}{3}$ C) $\frac{4}{3}$ D) 1 E) $\frac{2}{3}$

7. $\frac{\frac{x}{5}}{7} + \frac{x}{\frac{5}{7}} = 3$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left\{\frac{21}{10}\right\}$ B) $\left\{\frac{21}{5}\right\}$ C) $\left\{\frac{5}{21}\right\}$
D) $\left\{\frac{10}{21}\right\}$ E) $\left\{\frac{2}{7}\right\}$

8. $\frac{1}{1 - \frac{1}{x+1}} + \frac{x+1}{x} = 4$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) \emptyset B) {-2} C) {0}
D) {2} E) {1}

- 1.
- $m \neq n$
- olmak üzere,

$$\frac{m^2 + x}{m} = \frac{n^2 + x}{n}$$

olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $m \cdot n$ B) $m - n$ C) $n - m$
D) $\frac{m}{n}$ E) $\frac{n}{m}$

- 2.
- $b^2x - b^2 = 4x - 4b + 4$

denkleminde x aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $b - 2$ B) $b + 2$ C) $\frac{b - 2}{b + 2}$
D) $\frac{1}{b + 2}$ E) $\frac{b}{b - 2}$

- 3.
- $\frac{a}{x - 1} + \frac{1}{x - 2} = 2$

denkleminin bir kökü 3 olduğuna göre, diğer kökü kaçtır?

- A) $\frac{9}{2}$ B) $\frac{5}{2}$ C) 2 D) $\frac{3}{2}$ E) 1

- 4.
- $a \in \mathbb{N}^+$
- olmak üzere,

$$\frac{a}{x + a} + \frac{9}{x^2 - a^2} = \frac{4}{3} - \frac{3}{a - x}$$

denkleminin bir kökü 3 olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

- 5.
- $\frac{x^2 - 2}{x + 1} + 1 = \frac{x^2}{x + 1} - 3$

denklemini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\frac{1}{2}$ B) -1 C) $-\frac{3}{2}$
D) -2 E) $-\frac{5}{2}$

- 6.
- $\frac{x + 0,\overline{3}}{1 + \frac{0,\overline{2}}{0,\overline{6}}} = \frac{0,2\overline{5}}{0,1\overline{2}}$

denkleminde x kaçtır?

- A) $\frac{42}{11}$ B) $\frac{36}{11}$ C) $\frac{92}{11}$ D) $\frac{27}{11}$ E) $\frac{23}{11}$

- 7.
- $1 + \frac{8}{6 - \frac{4}{5 - \frac{3}{2 - \frac{1}{x + 2}}}} = 3$

eşitliğinde x kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

- 8.
- $\frac{1}{x + 1} + \frac{1}{x + 2} + \frac{2}{x + 3} + \frac{3}{x + 4} = \frac{35}{12}$

denkleminin bir kökü aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) -4 B) -3 C) -2 D) -1 E) 0

1. $\frac{2x+7}{3x+1} = \frac{2x+2}{3x+5}$
denkleminde x kaçtır?

- A) $-\frac{33}{23}$ B) $-\frac{23}{11}$ C) $-\frac{13}{25}$
D) $-\frac{11}{9}$ E) $-\frac{33}{13}$

2. $\frac{1}{x-3} + \frac{2}{x+3} + \frac{2x^2}{x^2-9} = 2$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) \emptyset B) $\{-5\}$ C) $\{5\}$ D) $\{3\}$ E) \mathbb{R}

3. $\frac{2x-3}{x-2} + \frac{x+3}{2-x} = 4$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) \mathbb{R} B) $\left\{-\frac{2}{3}\right\}$ C) $\left\{\frac{3}{2}\right\}$
D) $\left\{\frac{2}{3}\right\}$ E) \emptyset

4. $x, y, z \in \mathbb{Z}^+$, $x^2 - 2xy - z^2 + y^2 = 41$
olduğuna göre, z kaçtır?

- A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

5. $2x - 6 = a(3x - 12)$

denkleminin çözüm kümesi boş küme olduğuna göre, a aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{5}{4}$

6. $\frac{x}{x-3} = \frac{x}{x+3} - \frac{m}{x-3}$

denkleminin çözüm kümesi boş küme olduğuna göre, m kaçtır?

- A) -6 B) -5 C) -4 D) 5 E) 6

7. $ax + 2 = b - 3x$

denkleminin çözüm kümesi tüm reel sayılar olduğuna göre $a \cdot b$ kaçtır?

- A) -8 B) -6 C) -2 D) 0 E) 4

8. $x = \frac{3y+2}{2y-3}$

eşitliğinde x in hangi değeri için y hesaplanamaz?

- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{5}{2}$ E) $\frac{5}{3}$

BİRİNCİ DERECEDE BİR BİLİNMEYENLİ EŞİTSİZLİKLER

TANIM / BİLGİ

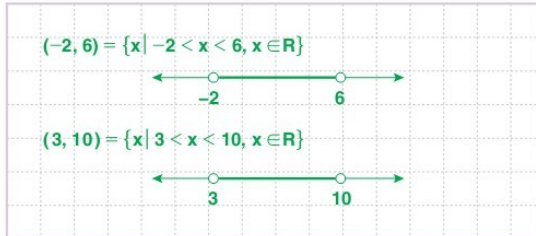
- Sayı doğrusu üzerinde bulunan iki noktanın arasındaki noktalara karşılık gelen tüm gerçek sayılardan oluşan alt kümeye **aralık** denir.
- Sayı doğrusu üzerindeki bu iki nokta ise uç nokta olarak adlandırılır. Aralıklar uç noktaların kümeye dâhil edilip edilmemesine göre adlandırılır.
- Aralıklar, (a, b) , $[a, b]$, $[a, b)$, $(a, b]$ şeklinde gösterilir. a ve b noktaları aralığın uç noktalarıdır.
- $a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere, $\{x \mid a < x < b, x \in \mathbb{R}\}$ kümesine karşılık gelen a ve b arasındaki tüm gerçek sayıların oluşturduğu aralığa açık aralık denir ve (a, b) şeklinde gösterilir.

$$(a, b) = \{x \mid a < x < b, x \in \mathbb{R}\}$$



ÖRNEK 1

$(-2, 6)$ ve $(3, 10)$ küme olarak ifade ederek sayı doğrusunda gösteriniz.



BİLGİ

$a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

- $\{x \mid a < x \leq b, x \in \mathbb{R}\}$ veya $\{x \mid a \leq x < b, x \in \mathbb{R}\}$ kümelerine karşılık gelen a ve b arasındaki tüm gerçek sayıların oluşturduğu aralığa **yarı açık aralık** denir. $(a, b]$ ve $[a, b)$ ile gösterilir.

$$(a, b] = \{x \mid a < x \leq b, x \in \mathbb{R}\}$$



$$[a, b) = \{x \mid a \leq x < b, x \in \mathbb{R}\}$$



ÖRNEK 2

$(-2, 5]$ ve $[-3, 3)$ nı küme olarak ifade ederek sayı doğrusunda gösteriniz.



ÖRNEK 3

"Pars'ın boyunun uzunluğu 80 cm den çok, 100 cm den daha azdır."

Yukarıda verilen ifadeye karşılık gelen aralığı bulup sayı doğrusunda gösteriniz.

Pars'ın boyunun uzunluğu 80 cm den uzun ve 100 cm veya daha az olduğuna göre, 80 hariç, 100 dahil bu aradaki tüm uzunluklara sahip olmuş olabilir. O hâlde bu aralık, $(80, 100]$ olur.



BİLGİ

$a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

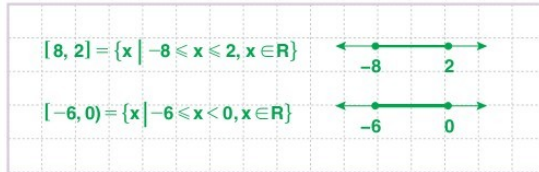
- $\{x \mid a \leq x \leq b, x \in \mathbb{R}\}$ kümesine karşılık gelen a ve b arasındaki tüm gerçek sayıların oluşturduğu aralığa **kapalı aralık** denir ve $[a, b]$ şeklinde gösterilir.

$$[a, b] = \{x \mid a \leq x \leq b, x \in \mathbb{R}\}$$



ÖRNEK 4

$[8, 2]$ ve $[-6, 0]$ nı küme olarak ifade ederek sayı doğrusunda gösteriniz.



ÖRNEK 5

"48 cm olarak doğan Pars'ın şimdiki boyu 85 cm veya daha azdır."

Yukarıda verilen ifadeye karşılık gelen aralığı bulup sayı doğrusunda gösteriniz.

Pars, 48 cm olarak doğduğuna ve şu anki boyunun uzunluğu 85 cm veya daha az olduğuna göre, Pars'ın boyu 48 ve 85 dâhil bu aradaki tüm uzunluklara sahip olmuş olabilir. O hâlde aralık $[48, 85]$ olur.



ÖRNEK 6

$[-2, 7]$ ile ilgili;

- I. Kapalı aralıktır.
- II. Bu aralıkta 11 tane tam sayı vardır.
- III. $\{x \mid -2 \leq x \leq 7, x \in \mathbb{R}\}$ kümesi ile ifade edilir.

yukarıdaki ifadelerden hangileri doğrudur?

- I. Kapalı aralıktır.
 - II. 10 tam sayı değeri vardır.
 - III. $\{x \mid -2 \leq x \leq 7, x \in \mathbb{R}\}$ ile gösterilir.
- O hâlde I ve III doğrudur.

BİLGİ

$a \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

➔ $\{x \mid a < x, x \in \mathbb{R}\}$



➔ $\{x \mid a \leq x, x \in \mathbb{R}\}$



➔ $\{x \mid x < a, x \in \mathbb{R}\}$



➔ $\{x \mid x \leq a, x \in \mathbb{R}\}$



➔ $R = \{x \mid -\infty < x < \infty, x \in \mathbb{R}\}$



5.

6. I, III

ÖRNEK 7

Aşağıdaki sayı doğrularına karşılık gelen aralık ve kümeyi bulunuz.



$(-2, 5) = \{x \mid -2 < x < 5, x \in \mathbb{R}\}$



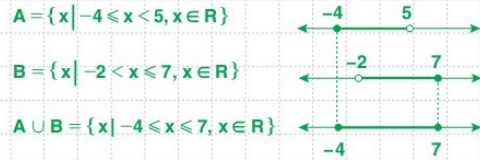
$(-3, 3) = \{x \mid -3 < x \leq 3, x \in \mathbb{R}\}$



$[0, \infty) = \{x \mid x \geq 0, x \in \mathbb{R}\}$

ÖRNEK 8

$A = \{x \mid -4 \leq x < 5, x \in \mathbb{R}\}$, $B = \{x \mid -2 < x \leq 7, x \in \mathbb{R}\}$ olmak üzere, $A \cup B$ kümesini bulup sayı doğrusu üzerinde gösteriniz.



BİLGİ

$a, b \in \mathbb{R}$ ve $a \neq 0$ olmak üzere,

- ➔ $ax + b > 0$, $ax + b < 0$, $ax + b \geq 0$ ve $ax + b \leq 0$ biçimindeki ifadeler **birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikler** denir.
- ➔ Eşitsizliğin doğru olmasını sağlayan değerler kümesine de **çözüm kümesi** denir.

ÖRNEK 9

Bir GSM şirketi müşterilerine ücretlendirme periyodu 1 dakika olan üç farklı paket sunmaktadır.

Tarife	Sabit ücret	Bir dakika konuşma ücreti
A	30 TL	25 kuruş
B	20 TL	40 kuruş
C	10 TL	50 kuruş

Buna göre, aşağıda verilen soruları ifade eden eşitsizlikleri bulunuz.

- a. Telefon ödemesine aylık en fazla 60 TL ayıran bir kişi A tarifesine göre en fazla kaç dakika arama yapacaktır?

x: Arama süresi
A tarifi için $30 + 0,25x \leq 60$

- b. B tarifesini kullanan biri en az 40 TL fatura ödediğine göre, bu kişinin arama süresi ne olabilir?

x: Arama süresi
B tarifi için $20 + 0,40x \geq 40$

- c. C tarifesini kullanan biri en az 60 TL ve en fazla 80 TL fatura ödediğine göre, bu kişinin arama süresi hangi aralıktadır?

x: Arama süresi
C tarifi için $60 \leq 10 + 0,5x \leq 80$

Eşitsizliğin Özellikleri

BİLGİ

a, b, c ∈ R olmak üzere,

- ➔ $a < b$ ise $a \pm c < b \pm c$
- ➔ $c \in \mathbb{R}^+$ ve $a < b$ ise $a \cdot c < b \cdot c$
- ➔ $c \in \mathbb{R}^-$ ve $a < b$ ise $a \cdot c > b \cdot c$

ÖRNEK 10

$$2x + 5 \leq 13$$

eşitsizliğin çözüm kümesini bulup sayı doğrusunda gösteriniz.

$$2x + 5 \leq 13 \Rightarrow 2x \leq 8$$

$$\text{O hâlde } \text{ÇK} = \{x \mid x \leq 4, x \in \mathbb{R}\}$$



ÖRNEK 11

$$5 - 3x > 12$$

eşitsizliğin çözüm kümesini bulunuz.

$$5 - 3x > 12 \Rightarrow -3x > 7$$

$$\Rightarrow x < -\frac{7}{3}$$

$$\text{ÇK} = \{x \mid x < -\frac{7}{3}, x \in \mathbb{R}\}$$

ÖRNEK 12

$$\frac{x+2}{3} + x \geq \frac{x-2}{4} + 1$$

eşitsizliğin çözüm kümesini bulunuz.

$$\frac{x+2}{3} + \frac{3x}{3} \geq \frac{x-2+4}{4}$$

$$\frac{4x+2}{3} \geq \frac{x+2}{4}$$

$$\frac{4x+2}{3} - \frac{x+2}{4} \geq 0 \Rightarrow \frac{16x+8-3x-6}{12} \geq 0$$

$$\Rightarrow 13x + 2 \geq 0 \Rightarrow 13x \geq -2 \Rightarrow x \geq -\frac{2}{13} \text{ bulunur.}$$

BİLGİ

a, b, c, d ∈ R olmak üzere,

- ➔ $a < b$ ve $b < c$ ise $a < c$ dir.
- ➔ $a < b$ ve $c < d$ ise $a + c < b + d$ dir.

a, b, c, d ∈ \mathbb{R}^+ olmak üzere,

- ➔ $a < b$ ve $c < d$ ise $a \cdot c < b \cdot d$ dir.

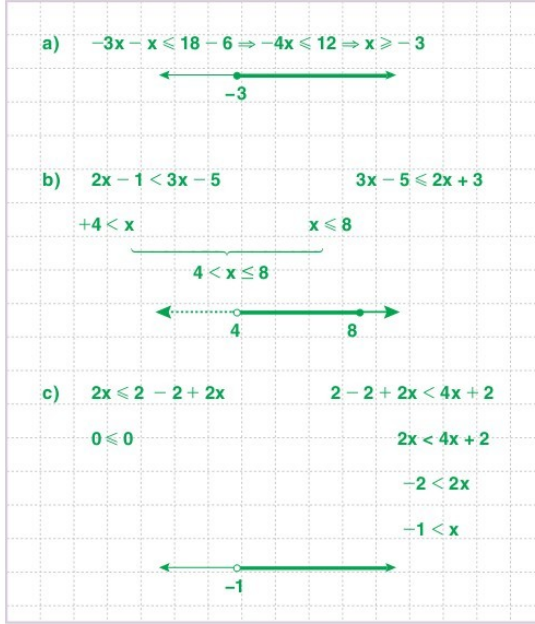
9. a) $30 + 0,25x \leq 60$ b) $20 + 0,40x \geq 40$ c) $60 \leq 10 + 0,5x \leq 80$

10. $\text{ÇK} = \{x \mid x \leq 4, x \in \mathbb{R}\}$, 11. $\text{ÇK} = \{x \mid x < -\frac{7}{3}, x \in \mathbb{R}\}$ 12. $x \geq -\frac{2}{13}$

ÖRNEK 13

Aşağıdaki eşitsizlikleri çözünüz ve çözümü reel sayı doğrusunda gösteriniz.

- a) $-3x + 6 \leq x + 18$
 b) $2x - 1 < 3x - 5 \leq 2x + 3$
 c) $2x \leq 2 - 2(1 - x) < 4x + 2$



ÖRNEK 14

$$4a + 10 = b \text{ ve } a < 0$$

olduğuna göre, b nin alabileceği doğal sayıların toplamı kaçtır?

$$a < 0 \Rightarrow 4a < 0 \Rightarrow 4a + 10 < 10 \Rightarrow b < 10$$

b 'nin alabileceği doğal sayıların toplamı

$$1 + 2 + 3 + \dots + 9 = 45 \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK 15

$x < 5$ olduğuna göre, $3x - 4$ ifadesinin en büyük tam sayı değeri kaçtır?

$$x < 5 \Rightarrow 3x < 15 \Rightarrow 3x - 4 < 11$$

En büyük tam sayı değeri 10 bulunur.

ÖRNEK 16

$x \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$-2 < x < 5 \text{ ve } y = 3x + 4$$

koşullarını sağlayan y tam sayılarının toplamı kaçtır?

$$-2 < x < 5 \Rightarrow -6 < 3x < 15$$

$$\Rightarrow -6 + 4 < 3x + 4 < 15 + 4 \Rightarrow -2 < y < 19$$

y nin alabileceği tam sayı değerlerinin toplamı

$$-1 + 0 + 1 + \dots + 18 = 170 \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK 17

$x, y \in \mathbb{R}$ olmak üzere, $-2 < x < 2$ ve $2 \leq y < 4$ iken

$2x - 5y$ nin en küçük tam sayı değeri kaçtır?

$$-2 < x < 2 \Rightarrow -4 < 2x < 4$$

$$2 \leq y < 4 \Rightarrow -20 < -5y \leq -10$$

$$-24 < 2x - 5y < -6$$

O halde en küçük tam sayı değeri -23 bulunur.

ÖRNEK 18

$a, b \in \mathbb{Z}$, $-3 \leq a < 4$ ve $-1 < b < 5$ olduğuna göre,

$3a - 2b$ nin en küçük değeri kaçtır?

$$a = -3 \text{ ve } b = 4 \text{ için,}$$

$$3a - 2b = -9 - 8 = -17 \text{ bulunur.}$$

BİLGİ

$a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

➔ a ile b aynı işaretli olduğunda $a < b$ ise

$$\frac{1}{a} > \frac{1}{b} \text{ dir.}$$

➔ a ile b zıt işaretli olduğunda $a < b$ ise

$$\frac{1}{a} < \frac{1}{b} \text{ dir.}$$

13. a) b) c)

14. 45 15. 10

ÖRNEK 19

$\frac{1}{8} \leq \frac{1}{x} < \frac{1}{2}$ ve $-\frac{1}{2} < \frac{1}{y} < -\frac{1}{10}$ olmak üzere,

$2x + y$ nin değer aralığını bulunuz.

$$\begin{aligned} \frac{1}{8} \leq \frac{1}{x} < \frac{1}{2} &\Rightarrow 2 < x \leq 8 \\ -\frac{1}{2} < \frac{1}{y} < -\frac{1}{10} &\Rightarrow -10 < y < -2 \text{ olup} \\ 2 < x \leq 8 &\Rightarrow 4 < 2x \leq 16 \\ &+ \\ &\Rightarrow -6 < 2x + y < 14 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖRNEK 20

$$1 \leq \frac{2}{x-4} < 5$$

koşulunu sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \leq \frac{1}{x-4} < \frac{5}{2} &\text{ ve } x \neq 4 \text{ tür.} \\ \Rightarrow \frac{2}{5} < x-4 \leq 2 \\ \Rightarrow \frac{22}{5} < x \leq 6 &\Rightarrow x \in \{5, 6\} \text{ olup } x\text{'in alabileceği değer-} \\ &\text{ler toplamı 11 olur.} \end{aligned}$$

ÖRNEK 21

$$3 < x < 9 \text{ ve } -\frac{1}{3} < y < -\frac{1}{6}$$

olduğuna göre, $\frac{x}{y}$ ifadesinin çözüm aralığını bulunuz.

$$\begin{aligned} 3 < x < 9 \text{ ve } -\frac{1}{3} < y < -\frac{1}{6} &\text{ olup} \\ -6 < \frac{1}{y} < -3 &\text{ tür.} \\ \text{O hâlde } \left. \begin{array}{l} 3 < x < 9 \\ -6 < \frac{1}{y} < -3 \end{array} \right\} &\Rightarrow -54 < \frac{x}{y} < -9 \\ &\Rightarrow (-54, -9) \end{aligned}$$

ÖRNEK 22

$a + b < 0$, $b + c < 0$, $a + c > 0$ olmak üzere,

- I. $b(a + c) > 0$
- II. $b < 0$
- III. $(a + b)(a + c) < 0$
- IV. $(a + b)(a - b) < 0$
- V. $ab + b^2 < 0$
- VI. $(b + c)(a + c) > 0$

ifadelerinden hangileri daima doğrudur?

$$\begin{aligned} \text{I. } \left. \begin{array}{l} a + b < 0 \\ b + c < 0 \end{array} \right\} &\Rightarrow \frac{a+c}{+} + 2b < 0 \Rightarrow b < 0 \text{ olup } b(a + c) < 0 \\ \text{II. } &b < 0 \\ \text{III. } &(a + b)(a + c) < 0 \\ \text{IV. } \left. \begin{array}{l} a + c > 0 \\ -b - c > 0 \end{array} \right\} &\Rightarrow a - b > 0 \text{ olup } (a + b)(a - b) < 0 \\ \text{V. } \left. \begin{array}{l} b < 0 \\ a + b < 0 \end{array} \right\} &\Rightarrow ab + cb > 0 \text{ tür.} \\ \text{VI. } \left. \begin{array}{l} b + c < 0 \\ a + c > 0 \end{array} \right\} &\Rightarrow (b + c)(a + c) < 0 \\ \text{O hâlde II, III ve IV tür.} \end{aligned}$$

ÖRNEK 23

$a \cdot b < 0$, $a^2 \cdot c < 0$ ve $a - b > 0$ olmak üzere,

- I. $a \cdot b \cdot c < 0$
- II. $(a - b)(c - a) < 0$
- III. $(a - b - c) > 0$
- IV. $(b - a)(b + c) > 0$

ifadelerinden hangileri daima doğrudur?

$$\begin{aligned} c < 0, a > 0 \text{ ve } b < 0 \text{ dir.} \\ \text{I. } &a \cdot b \cdot c < 0 \\ \text{II. } &a - b > 0 \text{ ve } c - a < 0 \text{ olup } (a - b)(c - a) < 0 \text{ dir.} \\ \text{III. } &a - b - c > 0 \\ \text{IV. } &b - a < 0 \text{ ve } b + c < 0 \text{ olup } (b - a)(b + c) > 0 \text{ dir.} \end{aligned}$$

ÖRNEK 24

$0 < a < b < 1$ olmak üzere,

I. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

II. $a^2 < b^2$

III. $\frac{a}{b} < \frac{b}{a}$

IV. $\frac{1}{a^2} < \frac{1}{b^2}$

V. $a^3 > b^3$

VI. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

ifadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

I. $a < b$ ise $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$
 II. $a < b$ ise $a^2 < b^2$
 III. $a < b$ ise $\frac{a^2 - b^2}{ab} < 0$
 IV. $a < b$ ise $\frac{1}{a^2} > \frac{1}{b^2}$
 V. $a < b$ ise $a^3 < b^3$
 VI. $a < b$ ise $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ dir. O hâlde II, III ve VI dır.

ÖRNEK 25

$a^2 < a$ ve $a \cdot b < 0$ olmak üzere, ifadelerinden hangileri daima doğrudur?

I. $\frac{a}{b} < 0$

II. $\frac{a+b}{a \cdot b} < 0$

III. $a^3 < b^2$

IV. $b^2 - a > 0$

V. $b < a^3 < a^2$

VI. $a - a \cdot b + b > 0$

$a^2 < a$ ise $0 < a < 1$ ve $a \cdot b < 0$ ise $b < 0$ dir.
 I. $\frac{a}{b} < 0$
 II. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ (+) veya (-) olabilir.
 III. $a^3 < b^2$ veya $a^3 > b^2$ olabilir.
 IV. $b^2 - a < 0$ veya $b^2 - a > 0$ olabilir.
 V. $b < a^3 < a^2$
 VI. $a + b > ab$ veya $a + b < ab$ olabilir.
 I ve V daima doğrudur.

ÖRNEK 26

$a \cdot b^2 \cdot c < 0$, $a \cdot b \cdot c^2 < 0$, $a \cdot b \cdot c < 0$ olmak üzere, ifadelerinden hangileri daima yanlıştır?

I. $a^2 \cdot b \cdot c > 0$

II. $a \cdot (b + c) < 0$

III. $(b - a)(c - a) < 0$

IV. $\frac{a}{b} + \frac{c}{a} < 0$

V. $\frac{b}{a} < \frac{b}{c}$

VI. $a - b < c - b$

$\left. \begin{array}{l} ab^2c < 0 \\ abc^2 < 0 \\ abc < 0 \end{array} \right\} \text{ ise } \begin{array}{l} b > 0 \\ a < 0 \\ c > 0 \end{array}$
 I. $a^2bc > 0$ II. $a(b + c) < 0$
 III. $(b - a)(c - a) > 0$ IV. $\frac{a}{b} + \frac{c}{a} < 0$
 V. $\frac{b}{a} < \frac{b}{c}$ VI. $a - b < c - b$
 Buna göre III. daima yanlıştır.

ÖRNEK 27

$$\frac{1}{a} < 0 < \frac{1}{b} < \frac{1}{c}$$

olmak üzere, ifadelerinden hangileri daima doğrudur?

I. $a \cdot c - b \cdot c < 0$

II. $a \cdot b \cdot c < 0$

III. $2a \cdot b - a \cdot b > 0$

IV. $\frac{a}{c} < \frac{a}{b}$

V. $\frac{b}{a} < \frac{a}{c}$

VI. $\frac{a}{c} < \frac{c}{b}$

I. $ac < bc \Rightarrow a < b$
 II. $abc < 0$
 III. $ab < 0$
 IV. $\frac{a}{c} < \frac{a}{b} \Rightarrow \frac{1}{c} > \frac{1}{b}$
 V. $\frac{b}{a} < \frac{a}{c} \Rightarrow \frac{bc - a^2}{ac} < 0$ veya $\frac{bc - a^2}{ac} > 0$ olabilir.
 VI. $\frac{a}{c} < \frac{c}{b} \Rightarrow \frac{ab - c^2}{ab} < 0$
 O hâlde I, II, IV ve VI daima doğrudur.

ÖRNEK 28

$-1 < a < 0 < b < c < 1$ için,

- I. $b^3 < c^3$ II. $a^2 + b^2 > 1$
 III. $(b-a)^2 - a > 0$ IV. $a \cdot b < b \cdot c$
 V. $b \cdot c - a \cdot b > 0$ VI. $a \cdot b \cdot c > -1$

ifadelerinden hangileri daima doğrudur?

- I. $b^3 < c^3$ II. $0 < a^2 + b^2 < 2$
 III. $(b-a)^2 > a$ IV. $ab < bc$
 V. $bc > ab$ VI. $abc > -1$
 Buna göre, I, III, IV, V ve VI daima doğrudur.

ÖRNEK 29

$$\begin{aligned} a^4 \cdot b^3 \cdot c &< 0 \\ a^3 \cdot b \cdot c^2 &< 0 \\ a \cdot b \cdot c &> 0 \end{aligned}$$

olduğuna göre, a, b ve c nin işaretlerini bulunuz.

$$\left. \begin{aligned} a^4 \cdot b^3 \cdot c &< 0 \\ a^3 \cdot b \cdot c^2 &< 0 \\ a \cdot b \cdot c &> 0 \end{aligned} \right\} \text{ ise } \begin{aligned} a &< 0 \\ b &> 0 \\ c &< 0 \end{aligned}$$

ÖRNEK 30

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} < 2$$

olduğuna göre, a · b nin işaretini bulunuz.

$$\begin{aligned} \frac{a}{b} + \frac{b}{a} - 2 &< 0 \\ \frac{a^2 + b^2 - 2ab}{ab} &< 0 \Rightarrow \frac{(a-b)^2}{ab} < 0 \\ \Rightarrow ab &< 0 \text{ olur.} \end{aligned}$$

ÖRNEK 31

$$x \cdot y^2 < 0, \quad x \cdot z < 0 \quad \text{ve} \quad x(z-y) > 0$$

olduğuna göre, x, y ve z yi küçükten büyüğe sıralayınız.

$$\begin{aligned} xy^2 < 0 &\Rightarrow x < 0 \\ xz < 0 &\Rightarrow z > 0 \\ x(z-y) > 0 &\Rightarrow z-y < 0 \Rightarrow z < y \Rightarrow x < z < y \text{ olur.} \end{aligned}$$

ÖRNEK 32

$$a \cdot b < 0, \quad a^2 < a \quad \text{ve} \quad b + c > 1 \text{ iken,}$$

a, b ve c yi küçükten büyüğe sıralayınız.

$$\begin{aligned} a^2 < a &\Rightarrow 0 < a < 1 \\ a \cdot b < 0 &\Rightarrow b < 0 \\ b + c > 1 &\Rightarrow c > 1 - b \text{ olup } b < a < c \text{ dir.} \end{aligned}$$

ÖRNEK 33

$$a^2 \cdot b > 0, \quad (b-c) \cdot b < 0, \quad a \cdot c < 0$$

olduğuna göre, a, b ve c yi küçükten büyüğe sıralayınız.

$$\begin{aligned} a^2 \cdot b > 0 &\Rightarrow b > 0 \\ (b-c) \cdot b < 0 &\Rightarrow b-c < 0 \\ &\Rightarrow b < c \text{ ve } c > 0 \\ a \cdot c < 0 &\Rightarrow a < 0 \text{ olup } a < b < c \text{ dir.} \end{aligned}$$

ÖRNEK 34

$$x > 0, \quad 2x = 5y = 7z$$

olduğuna göre, x, y ve z yi küçükten büyüğe sıralayınız.

$$\begin{aligned} x > 0, \quad 2x = 5y = 7z \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ 35k \quad 14k \quad 10k \\ k > 0 \text{ için } x = 35k, y = 14k \text{ ve } z = 10k \text{ olup } x > y > z \text{ dir.} \end{aligned}$$

ÖRNEK 35

a, b, c negatif tam sayılar iken $2a = 3b$, $2b = 5c$ olduğuna göre, a, b ve c yi küçükten büyüğe sıralayınız.

$$\begin{array}{l} a < 0, b < 0, c < 0 \\ \left. \begin{array}{l} 2a = 3b \\ 2b = 5c \end{array} \right\} \begin{array}{l} 4a = 6b = 15c \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ 15k \quad 10k \quad 4k \end{array} \\ k < 0 \text{ için } a = 15k, b = 10k, c = 4k \text{ ise } a < b < c \text{ dir.} \end{array}$$

ÖRNEK 36

a, b, c birer rakam ve $a < b < c$ olduğuna göre, $2a + 3b - 4c$ nin en büyük değeri kaçtır?

$$\begin{array}{l} a < b < c, 2a + 3b - 4c \text{ nin en büyük değeri için;} \\ \left. \begin{array}{l} a = 7 \\ b = 8 \\ c = 9 \end{array} \right\} \text{ olup } 14 + 24 - 36 = 2 \text{ olur.} \end{array}$$

ÖRNEK 37

x, y, z birbirinden farklı pozitif tam sayılar iken, $2x + 3y + z = 45$ eşitliğinde z nin en büyük değeri için, $x + y + z$ kaçtır?

$$\begin{array}{l} 2x + 3y + z = 45 \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ 2 \quad 1 \quad 38 \text{ için } x + y + z = 41 \text{ olur.} \end{array}$$

ÖRNEK 38

$x \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$-2 < x < 4$$

olduğuna göre, $x^2 + 4$ ün en küçük tam sayı değeri kaçtır?

$$\begin{array}{l} -2 < x < 4 \Rightarrow 0 \leq x^2 < 16 \\ \Rightarrow 4 \leq x^2 + 4 < 20 \text{ olup en az } 4 \text{ tür.} \end{array}$$

ÖRNEK 39

$x \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$-1 < x < 3$$

olduğuna göre, $x^2 - 2x$ in en küçük tam sayı değeri kaçtır?

$$\begin{array}{l} x^2 - 2x = (x - 1)^2 - 1 \\ -1 < x < 3 \Rightarrow -2 < x - 1 < 2 \\ \Rightarrow 0 \leq (x - 1)^2 < 4 \Rightarrow -1 \leq (x - 1)^2 - 1 < 3 \\ \text{Buna göre, en küçük tam sayı değeri } -1 \text{ dir.} \end{array}$$

ÖRNEK 40

$x, y \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$-3 < x < 1 \text{ ve } 2 < y - 4 < 3$$

olduğuna göre, $x^2 + 2y$ nin en küçük tam sayı değeri kaçtır?

$$\begin{array}{l} -3 < x < 1 \Rightarrow 0 \leq x^2 < 9 \\ 2 < y - 4 < 3 \Rightarrow 12 < 2y < 14 \\ \quad \quad \quad + \\ 12 < x^2 + 2y < 23 \\ \text{Buna göre, en küçük tam sayı değeri } 13 \text{ tür.} \end{array}$$

ÖRNEK 41

$$-3 < x < 2 \text{ ve } -2 < y < 1$$

olduğuna göre, $x^2 + y^3$ ün alacağı en büyük ve en küçük tam sayı değeri kaçtır?

$$\begin{array}{l} -3 < x < 2 \Rightarrow 0 \leq x^2 < 9 \\ -2 < y < 1 \Rightarrow -8 < y^3 < 1 \\ \quad \quad \quad + \\ -8 < x^2 + y^3 < 10 \\ \text{en büyük tam sayı değeri } 9 \\ \text{en küçük tam sayı değeri } -7 \text{ dir.} \end{array}$$

ÖRNEK 42

$1 < x < 5$ ve $2 < y < 8$ olmak üzere, x ve y tam sayıları için;

$$A = \frac{1 + \frac{x}{y}}{1 + \frac{y}{x}}$$

olduğuna göre, A nın en büyük değeri kaçtır?

$$A = \frac{x+y}{y} \cdot \frac{x}{x+y} = \frac{x}{y}$$

$1 < x < 5$ } x ve y tam sayı
 $2 < y < 8$ }
 $\frac{x}{y}$ nin en büyük değeri
 $x = 4$ ve $y = 3$ için $\frac{4}{3}$ olur.

ÖRNEK 43

$$-2 < x \leq 5 \quad \text{ve} \quad -4 \leq y < 6$$

olmak üzere, $x \cdot y$ çarpımının en büyük tam sayı değeri kaçtır?

$$\begin{cases} -2 < x \leq 5 \\ -4 \leq y < 6 \end{cases} \Rightarrow -20 \leq x \cdot y < 30$$

olup en büyük tam sayı değeri 29 bulunur.

ÖRNEK 44

x, y tam sayılar olmak üzere,

$$\begin{cases} -9 < x < -1 \\ -7 < y < -3 \end{cases}$$

olduğuna göre, $\frac{x+y}{y-x}$ in en büyük değeri kaçtır?

$$-9 < x < -1, -7 < y < -3, x \text{ ve } y \text{ tam sayı olmak üzere,}$$

$\frac{x+y}{y-x}$ in en büyük değeri $x = -5$ ve $y = -6$ için 11 olur.

ÖRNEK 45

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{5-x} < 4 < 2^{2x-8}$$

eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

$$\begin{aligned} 2^{x-5} < 2^2 < 2^{2x-8} \\ 2^{x-5} < 2^2 & , \quad 2^2 < 2^{2x-8} \\ x-5 < 2 & , \quad 2 < 2x-8 \\ x < 7 & , \quad 10 < 2x \\ \hline 5 < x < 7 \text{ olup } \mathbb{C} = (5, 7) \text{ dir.} \end{aligned}$$

ÖRNEK 46

Bir çember etrafına

- 1 den 46 ya kadar doğal sayılar herhangi bir şekilde sıralanmıştır.
- Herhangi ardışık dizili 5 sayının toplamı en az A dır.

Buna göre, A nın değeri en çok kaçtır?

1 den 46 ya kadar olan sayıların herhangi dizilimi

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_{46} \text{ olsun.}$$

$$A \leq a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$$

$$A \leq a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6$$

⋮

$$A \leq a_{46} + a_1 + a_2 + a_3 + a_4$$

$$+$$

$$46.A \leq 5.(a_1 + a_2 + \dots + a_{46})$$

$$46.A \leq 5 \cdot \frac{46 \cdot 47}{2}$$

$$A \leq \frac{235}{2} = 117,5$$

A en çok 117 olur.

ÖRNEK 47

On altı kişilik bir sınıfta matematik dersinde öğrenciler soru çözme çalışması yapacaktır. Öğrenciler matematik dersi boyunca en az 20, en çok 30 soru çözebilmektedir.

Buna göre, gelmeyen öğrencinin olmadığı bir günde çözülen toplam soru sayısının değer aralığını bulunuz.

Bir öğrencinin çözdüğü soru sayısı x ,

$$20 \leq x \leq 30 \Rightarrow 16 \cdot 20 \leq 16x \leq 16 \cdot 30$$

$$\Rightarrow [320, 480] \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK 48

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_n$ gerçekte sayılar olmak üzere,

$$(a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + \dots + a_n \cdot b_n)^2 \leq (a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2) \cdot (b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_n^2)$$

eşitsizliği sağlanır. Bu eşitsizliğe Cauchy-Schwarz eşitsizliği denir.

Buna göre, a, b ve c sayıları için $a^2 + b^2 + c^2 = 27$ ise $a + b + c$ toplamı en çok kaç olabilir?

$a, b, c, 1, 1, 1$ sayıları için Cauchy-Schwarz eşitsizliği uygulanırsa;

$$1 \cdot a + 1 \cdot b + 1 \cdot c \leq \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2} \cdot \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

$$\leq \sqrt{3} \cdot \sqrt{27}$$

$$\leq 9$$

O hâlde $a + b + c$ toplamı en çok 9 olur.

ÖRNEK 49

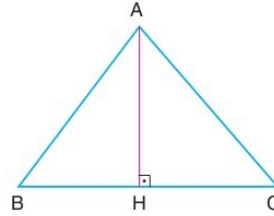
Birden a, b ye kadar olan sayılar, a satırı, b sütunu olan tabloya aşağıdaki gibi yazılmıştır. 21 sayısı 3. satırda 40 sayısı, 5. satırda ve 104 sayısı son satırda yazılmıştır.

Satır no \ Sütun no	1	2	3	a
1	1	2	3	a
2	a+1	a+2	a+3	2a
...
b	b	2b	3b	a.b

Buna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

$$\begin{aligned} 2a < 21 < 3a &\Rightarrow 7 < a < \frac{21}{2} \\ 4a < 40 < 5a &\Rightarrow 8 < a < 10 \\ a(b-1) < 104 < a \cdot b &\Rightarrow \frac{104}{9} < b < \frac{113}{9} \\ &\Rightarrow b = 12 \\ a + b &= 21 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖRNEK 50



ABC üçgen

$[AH] \perp [BC]$

$$A(ABC) = 24 \text{ cm}^2$$

$$|BC| = x \text{ cm}$$

ABC üçgeninde BC kenarı için $x \in (4, 8)$ olduğuna göre, $|AH|$ in değer aralığını bulunuz,

$$\begin{aligned} 4 < x < 8 &\Rightarrow \frac{4|AH|}{2} < \frac{x \cdot |AH|}{2} < \frac{8|AH|}{2} \\ &\Rightarrow 2|AH| < 24 < 4|AH| \\ &\Rightarrow 6 < |AH| < 12 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

1. $[-2, 3]$ ile ilgili;

- I. Yarı açık aralıktır.
 II. Aralıkta 5 tane tam sayı vardır.
 III. Küme olarak $\{x \mid -2 \leq x < 3, x \in \mathbb{R}\}$ şeklinde gösterilir.

ifadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
 D) I ve III E) I, II ve III

2. $A = \{x \mid x \geq -3, x \in \mathbb{R}\}$ $B = \{x \mid x < 6, x \in \mathbb{R}\}$ olmak üzere, $A \cap B$ kümesinin tam sayı elemanlarının toplamı kaçtır?

- A) 10 B) 9 C) 6 D) 5 E) 4

3. $A = \mathbb{R} - [-2, 5)$

kümesinin tümleyeni aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[-2, 5)$ B) $(2, 5)$ C) $(-2, 5)$
 D) $(-2, 5]$ E) $[2, 5)$

4. $x, y, z \in \mathbb{R}$ ve $x + y < z + y$ ve $xy > zy$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

- A) $y < 0$ B) $xy > 0$ C) $xz < 0$
 D) $x + y < xy$ E) $x - y < x + y$

5. $a^2b < 0, a \cdot b \cdot c^2 > 0, a \cdot c > 0$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

- A) $a \cdot b + c < 0$ B) $(b + c)(a - c) < 0$
 C) $a + b + c < 0$ D) $(a + b)(b + c) < 0$
 E) $a^2 \cdot (b - c) > 0$

6. $-1 < a < 0 < b < 1 < c$

eşitsizliği için aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

- A) $(b - a)(c - a) < 0$ B) $\frac{a}{b} > \frac{a}{c}$
 C) $\frac{b + c}{b - a} > 0$ D) $a^2 < b < c$
 E) $\frac{b - a}{c - a} < 0$

7. $a^3 \cdot b^2 \cdot c < 0, a^2 \cdot b \cdot c^3 > 0, a^4 \cdot b^2 \cdot c^5 > 0$ olduğuna göre, a, b ve c nin işaretleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-, +, -$ B) $+, -, +$ C) $-, +, +$
 D) $+, +, +$ E) $+, -, -$

8. $a^2 \cdot b > 0, b \cdot c < 0, a \cdot d < 0$ ve $a + c < d + c$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima pozitiftir?

- A) $a \cdot b \cdot d$ B) $\frac{b - a}{d - c}$ C) $\frac{d}{c} \cdot (b - a)$
 D) $a \cdot d + b \cdot c$ E) $a + b + c + d$

1. $a \in \mathbb{R}$ ve $a < a^3 < a^6$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

- A) $a < -1$ B) $0 < a < 1$ C) $a > -1$
D) $a^2 < a^4$ E) $-1 < a < 0$

2. a, b, c pozitif sayılardır.

$b \cdot c < a$ ve $b \cdot a < c$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

- A) $a^3 > a$ B) $c^2 < c$ C) $a^2 < a$
D) $b^3 < b$ E) $a \cdot c < a + c$

3. $a^2 < a$, $ab < b$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $b < 0$ B) $-1 < b < 0$ C) $b = 0$
D) $b < -1$ E) $b > 0$

4. $-1 < a < b < 0 < c$

için aşağıdakilerden hangisi daima yanlıştır?

- A) $(b - a) \cdot c > 0$ B) $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$
C) $b \cdot c - a < 0$ D) $\frac{1}{b} < c$
E) $(c - a)(c - b) < 0$

5. a, b, c pozitif reel sayılar olmak üzere,

$$\frac{a}{b} > \frac{b}{c} > \frac{a}{c}$$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $a < c < b$ B) $a < b < c$ C) $b < a < c$
D) $b < c < a$ E) $c < a < b$

6. $a^2 \cdot c > 0$, $b \cdot c = 0$, $a \cdot c < 0$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $b < a < c$ B) $b < c < a$ C) $a < c < b$
D) $a < b < c$ E) $c < b < a$

7. $a^2 < a$ ve $b^2 < b^3$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

- A) $a \cdot b < 0$ B) $a + b < 0$ C) $\frac{1}{a} < a$
D) $a \cdot b < b + a$ E) $b^2 < a^2$

8. $a > b$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

- A) $b^2 < a^2$ B) $a^2 < b^2$ C) $\frac{a+b}{a \cdot b} < 0$
D) $\frac{1}{b} < \frac{1}{a}$ E) $2a > a + b$

- 1.
- $x \in \mathbb{R}$
- olmak üzere;

$$-2 < x < 5$$

olduğuna göre, $4 - 3x$ in en küçük tam sayı değeri kaçtır?

- A) -7 B) -8 C) -9 D) -10 E) -11

- 2.
- $x, y \in \mathbb{R}$
- olmak üzere,

$$-2 < x < 5, \quad 3 < y < 4$$

iken $2x + 3y$ nin alabileceği en büyük tam sayı değeri kaçtır?

- A) 23 B) 22 C) 21 D) 20 E) 19

- 3.
- x, y
- tam sayı iken,

$$-3 < x < 5 \text{ ve } -5 < y < 3$$

olduğuna göre, $3x - 4y$ nin en büyük değeri kaçtır?

- A) 28 B) 27 C) 26 D) 25 E) 24

- 4.
- $x \in \mathbb{R}$
- olmak üzere,

$$-1 < x < 5$$

iken, $x^2 + 1$ in en küçük tam sayı değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 5 E) 26

- 5.
- $-2 < a < 1$

olduğuna göre, $a^3 + 1$ in bulunacağı en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?

- A)
- $(-8, 5)$
- B)
- $(-7, 2)$
- C)
- $(-12, 1)$
-
- D)
- $(-8, 1)$
- E)
- $(-7, 1)$

- 6.
- $-3 < x < 2, \quad -1 < y < 1$

iken $x^2 - y^2$ nin alabileceği en küçük tam sayı değeri kaçtır?

- A) 9 B) 8 C) 7 D) 3 E) 0

- 7.
- $x, y, z \in \mathbb{R}$
- olmak üzere,

$$-3 < x < 4, \quad 1 < y < 2 \text{ ve } x + 3y - 2z = 0$$

olduğuna göre, z nin değer aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A)
- $(-1, 1)$
- B)
- $(0, 5)$
- C)
- $(3, 5)$
-
- D)
- $(0, 2)$
- E)
- $(2, 4)$

- 8.
- $\frac{x}{0,002} = y$
- ve
- $0,1 < x < 0,3$

olduğuna göre, y için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A)
- $1 < y < 3$
- B)
- $50 < y < 150$
-
- C)
- $10 < y < 30$
- D)
- $75 < y < 225$
-
- E)
- $30 < y < 90$

1. $a \in \mathbb{R}^-$, $2a = 5b = 3c$

olduğuna göre, a, b, c sayılarının doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a < b < c$ B) $a < c < b$ C) $b < a < c$
D) $b < c < a$ E) $c < a < b$

2. $a \in \mathbb{R}^+$ ve $\frac{a}{b} = \frac{3}{4}$, $\frac{b}{c} = \frac{3}{5}$

olduğuna göre, a, b, c sayılarının doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a < b < c$ B) $a < c < b$ C) $b < a < c$
D) $b < c < a$ E) $c < a < b$

3. $a \in \mathbb{R}^-$ ve $3a = 2b$, $5b = 4c$

olduğuna göre, a, b, c sayılarının doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a < b < c$ B) $a < c < b$ C) $b < a < c$
D) $b < c < a$ E) $c < b < a$

4. $x, y, z \in \mathbb{R}^+$ ve $\frac{x+y}{y} = \frac{3}{2}$, $\frac{y+z}{z} = \frac{4}{3}$

olduğuna göre, x, y ve z sayılarının doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x < y < z$ B) $x < y = z$ C) $x = y < z$
D) $x = z < y$ E) $y < z < x$

5. $x < 0$,

$$a = \frac{x}{100}, b = \frac{x}{101}, c = \frac{x}{110}$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $a < b < c$ B) $b < c < a$ C) $b < a < c$
D) $c < a < b$ E) $c < b < a$

6. $a \in \mathbb{R}^+$ ve $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{5}$

iken a, b, c sayılarının doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a < b < c$ B) $a < c < b$ C) $b < a < c$
D) $b < c < a$ E) $c < a < b$

7. $x, y, z \in \mathbb{R}$,

$$x < -x, y \cdot x < 0, z = 2x$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $x < y < z$ B) $z < x < y$ C) $x < z < y$
D) $y < x < z$ E) $y < z < x$

8. $a < b < c$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

- A) $\frac{1}{c} < \frac{1}{b} < \frac{1}{a}$ B) $ab < ac$
C) $ab < cb$ D) $a \cdot c < a + b + c$
E) $a^3 < b^3 < c^3$

1. $x, y \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$y = \frac{2x + 1}{x - 2}$$

ifadesinin $x > 2$ iken bulunacağı en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[0, \infty)$ B) $(0, \infty)$ C) $(2, \infty)$
D) $[2, \infty)$ E) \mathbb{R}

2. $6 < a < 16$ ve $2 < b < 4$ iken $\frac{a}{b}$ sayısının bulunduğu en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(3, 8)$ B) $(2, 6)$ C) $\left(\frac{3}{2}, 8\right)$
D) $\left(\frac{3}{2}, 6\right)$ E) $(2, 8)$

3. $a^2 - b < -4$ ve $a^2 + b < 8$

eşitsizliklerini sağlayan kaç tane (a, b) tam sayı ikilisi vardır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

4. a ve b pozitif tam sayılar olmak üzere,

$$1 < \frac{a}{b} < 2, \quad \frac{1}{2} < \frac{6}{b} < \frac{3}{2}$$

eşitsizliklerini sağlayan (a, b) ikililerinin sayısı kaçtır?

- A) 51 B) 50 C) 49 D) 48 E) 47

5. a tam sayı olmak üzere, bir üretici a TL ye mal ettiği bir ürünü b TL ye satmaktadır.

a ile b arasında,

$$b = 5a - 756$$

ilişkisi bulunmaktadır.

Buna göre, üreticisinin kâr elde edebilmesi için malın maliyeti en az kaç TL olmalıdır?

- A) 193 B) 192 C) 191 D) 190 E) 189

6. $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ sayılarının

$$\text{Aritmetik ortalaması: } (A.O) = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{n}$$

$$\text{Geometrik ortalaması: } (G.O) = \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \dots a_n}$$

biçimindedir.

Pozitif sayıların aritmetik ve geometrik ortalamaları arasında

$$A.O \geq G.O$$

eşitsizliği vardır.

Buna göre, x, y, z ve t pozitif tam sayıları için

$x \cdot y \cdot z \cdot t = 16$ ise,

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{2y} + \frac{2}{3z} + \frac{3}{t}$$

toplamının en küçük değeri kaçtır?

- A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

7. $2 < a < b < 24$ olmak üzere,

a ve b tam sayıları için; $\frac{b}{a}$ ifadesini tam sayı

yapan kaç farklı (a, b) ikilisi vardır?

- A) 24 B) 23 C) 22 D) 21 E) 20

1. $\frac{13}{51} < \frac{6}{x} < \frac{7}{17}$

eşitsizliğini sağlayan kaç tane x pozitif tam sayısı vardır?

- A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

2. a, b ve c pozitif tam sayılar olmak üzere,

$$\frac{1}{11} \leq \frac{a}{b} < \frac{1}{7} \text{ ve } c.a = a + c$$

olduğuna göre, kaç tane $\frac{a}{b}$ kesiri yazılabilir?

- A) 11 B) 10 C) 9 D) 8 E) 7

3. a ve b sayılarının

$$\text{aritmetik ortalaması (A.O)} = \frac{a+b}{2}$$

$$\text{geometrik ortalaması (G.O)} = \sqrt{a.b} \text{ biçimindedir.}$$

Pozitif sayıların aritmetik ve geometrik ortalamaları arasında

$$A.O \geq G.O$$

eşitsizliği vardır.

Buna göre, köşegenleri dik kesişen bir dörtgen-
de köşegenlerin uzunlukları toplamı 16 ise bu
dörtgenin alanı en çok kaç olabilir?

- A) 64 B) 48 C) 32 D) 24 E) 20

4. Çevresi 60 cm ve kenarları tam sayı olan kaç tane ikizkenar üçgen vardır?

- A) 16 B) 15 C) 14 D) 13 E) 12

5. $A = \{x \mid 1 \leq x \leq 6, x \in \mathbb{R}\}$

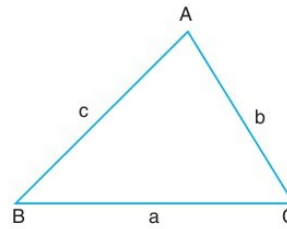
$$B = \{y \mid y.x = 1, x \in A\}$$

kümeleri veriliyor.

Buna göre, 64^y ifadesinin alabileceği kaç farklı tam sayı değeri vardır?

- A) 64 B) 63 C) 62 D) 32 E) 31

- 6.



$$a, b, c \in \mathbb{Z}^+$$

$$b - a + 3c = 32$$

$$b < a$$

Yukarıda verilenlere göre, c en çok kaçtır?

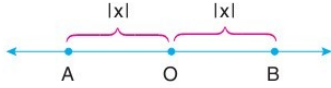
- A) 15 B) 14 C) 13 D) 12 E) 11

MUTLAK DEĞER - I

Mutlak Değer Kavramı

TANIM

➔ Bir gerçekte sayının, sayı doğrusu üzerindeki yerinin başlangıç noktasına (sıfır) olan uzaklığına bu sayının **mutlak değeri** denir. Bir x gerçekte sayısının mutlak değeri $|x|$ şeklinde gösterilir.



$$|OA| = |OB| = |x| \text{ tir.}$$

$$x \in \mathbb{R} \text{ olmak üzere } |x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases} \text{ olur.}$$

ÖRNEK 1

Meteoroloji mühendisleri, ülkemizde haziran ayı sıcaklık ortalamasını 27°C olduğunu belirtmektedirler. Bununla beraber bu sıcaklıktan 5°C civarında sapmalar olduğunu vurgulamaktadırlar.

Buna göre, ülkemizde haziran ayında en fazla ve en az sıcaklıkları ifade eden bir denklem yazınız.

$$|x - 27| = 5$$

ÖRNEK 2

x bir gerçekte sayı olmak üzere, sayı doğrusu üzerinde x in 2 ye olan uzaklığı $x + 3$ birimdir.

Buna göre, x in değerlerini ifade eden tek bir denklem yazınız.

$$|x - 2| = x + 3$$

ÖRNEK 3

Sayı doğrusu üzerinde -4 e olan uzaklığı, 6 ya olan uzaklığının 2 katına eşit olan sayıları ifade eden tek bir denklem yazınız.

x sayısının -4 e olan uzaklığı $|x + 4|$ olup, 6 ya uzaklığı $|x - 6|$ dir. Bu durumda $|x + 4| = 2|x - 6|$ denklemi bulunur.

ÖRNEK 4

Aşağıdaki mutlak değerli ifadelerin eşitini bulunuz.

a. $|6 - (-9)| + |-7 - (-5)|$

b. $|4 - \pi| + |\pi - 3|$

c. $|1 - \sqrt{3}| + |\sqrt{3} - 2|$

d. $|\sqrt{3} - \sqrt{5}| + |5 - \sqrt{5}|$

a. $\underbrace{|6 + 9|}_{> 0} + \underbrace{|-7 + 5|}_{< 0}$
 $= 15 - (-2)$
 $= 17$

b. $|4 - \pi| + |\pi - 3|$
 $4 - \pi > 0$ ve $\pi - 3 > 0$ dir.
 O hâlde, $4 - \pi - (\pi - 3) \Rightarrow 4 - \pi + \pi - 3$
 $\Rightarrow 1$

c. $\underbrace{|1 - \sqrt{3}|}_{< 0} + \underbrace{|\sqrt{3} - 2|}_{< 0}$
 $= -(1 - \sqrt{3}) - (\sqrt{3} - 2)$
 $= -1 + \sqrt{3} - \sqrt{3} + 2$
 $= 1$

d. $\underbrace{|\sqrt{3} - \sqrt{5}|}_{< 0} + \underbrace{|5 - \sqrt{5}|}_{> 0}$
 $= -\sqrt{3} + \sqrt{5} + 5 - \sqrt{5}$
 $= 5 - \sqrt{3}$

1. $|x - 27| = 5$

2. $|x - 2| = x + 3$

3. $|x + 4| = 2|x - 6|$ 4. a. 17 b. 1 c. 1 d. $5 - \sqrt{3}$

ÖRNEK 5

Aşağıdaki mutlak değerli ifadelerin eşitini bulunuz.

- a. $x > 2$ olduğuna göre, $x + |x - 2| = ?$
- b. $x < -1$ olduğuna göre, $x - |x + 1| = ?$
- c. $1 < x < 3$ olduğuna göre, $|x - 1| - |x - 3| = ?$

$$\begin{aligned} \text{a. } x + |x - 2| &= x + x - 2 \\ &= 2x - 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } x - |x + 1| &= x + x + 1 \\ &= 2x + 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c. } |x - 1| - |x - 3| &= x - 1 + x - 3 \\ &= 2x - 4 \end{aligned}$$

ÖRNEK 6

Aşağıdaki mutlak değerli ifadelerin eşitini bulunuz.

- a. $x < 0$ olduğuna göre,
- $$|-x| + |x| + |-2x| + 3|x| = ?$$
- b. $x < 2$ olduğuna göre, $||x - 2| - |x - 4| + x| = ?$
- c. $a < b < c$ olduğuna göre,
- $$|a - b| + |b - c| + |c - a| = ?$$

$$\begin{aligned} \text{a. } |-x| + |x| + |-2x| + 3|x| &= -x - x - 2x - 3x = -7x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } ||x - 2| - |x - 4| + x| &= |2 - x + x - 4 + x| \\ &= |x - 2| \\ &= 2 - x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c. } |a - b| + |b - c| + |c - a| &= -a + b - b + c + c - a = 2c - 2a \end{aligned}$$

Mutlak Değerin Özellikleri

BİLGİ

- n tam sayı olmak üzere, her $x, y \in \mathbb{R}$ için,
- $|x| \geq 0$
 - $|-x| = |x|$
 - $-|x| \leq x \leq |x|$
 - $|x^n| = |x|^n$
 - $|x - y| = |y - x|$
 - $x < |x|$ ise $x < 0$ dir.
 - $|x \cdot y| = |x| \cdot |y|$
 - $\left| \frac{x}{y} \right| = \frac{|x|}{|y|}, y \neq 0$
 - $||x| - |y|| \leq |x + y| \leq |x| + |y|$
 - $\sqrt[n]{x^n} = \begin{cases} |x|, & n \text{ çift} \\ x, & n \text{ tek} \end{cases}$

ÖRNEK 7

$a < b < 0 < c < d$ olmak üzere, aşağıdaki ifadelerin eşitini bulunuz.

- a. $|a \cdot c|$
- b. $|a^2 c|$
- c. $\sqrt{a^2} \sqrt[3]{b^3}$
- d. $\sqrt{a^2 b^4 c^6}$

$$\begin{aligned} \text{a. } |a \cdot c| &= -ac & \text{b. } |a^2 c| &= a^2 c \\ \text{c. } |a| \cdot |b| &= -a \cdot b & \text{d. } |a| \cdot |b^2| \cdot |c^3| &= -a \cdot b^2 \cdot c^3 \end{aligned}$$

ÖRNEK 8

Aşağıdaki ifadelerin eşitini bulunuz.

- a. $-1 < x < 2$ olduğuna göre,
- $$\sqrt{x^2 + 2x + 1} - \sqrt{x^2 - 4x + 4} = ?$$
- b. $a < b < c$ olduğuna göre,
- $$\sqrt{a^2 - 2ab + b^2} + \sqrt{b^2 - 2bc + c^2} = ?$$

$$\begin{aligned} \text{a. } \sqrt{x^2 + 2x + 1} - \sqrt{x^2 - 4x + 4} &= |x + 1| - |x - 2| \\ &= x + 1 + x - 2 = 2x - 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } \sqrt{a^2 - 2ab + b^2} + \sqrt{b^2 - 2bc + c^2} &= |a - b| + |b - c| \\ &= b - a + c - b = c - a \end{aligned}$$

ÖRNEK 9

x ve y gerçekte sayıları için $3x - 4y \neq 0$ olmak üzere,

$$\frac{3|x| + 4|y|}{|3x - 4y|}$$

ifadesinin alabileceği en küçük tam sayı değerini bulunuz.

$$|3x - 4y| \leq 3|x| + 4|y|$$

$$|3x - 4y| \leq 3|x| + 4|y|$$

$$\frac{|3x - 4y|}{|3x - 4y|} \leq \frac{3|x| + 4|y|}{|3x - 4y|}$$

$$1 \leq \frac{3|x| + 4|y|}{|3x - 4y|} \text{ olur.}$$

O hâlde en küçük tam sayı değeri 1 dir.

BİLGİ

- ➔ $|f(x)| = f(x)$ ise $f(x) \geq 0$ dir.
- ➔ $|f(x)| = -f(x)$ ise $f(x) \leq 0$ dir.
- ➔ $a \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere,
 $|f(x)| = a \Leftrightarrow f(x) = a$ veya $f(x) = -a$ dir.

ÖRNEK 10

Aşağıdaki denklemlerin her birinin çözüm kümesini bulunuz.

a. $|x - 2| = 2 - x$

b. $|3x - 1| = 3x - 1$

a. $(x - 2) \leq 0 \Rightarrow x \leq 2 \Rightarrow (-\infty, 2]$

b. $3x - 1 \geq 0 \Rightarrow x \geq \frac{1}{3} \Rightarrow [\frac{1}{3}, \infty)$

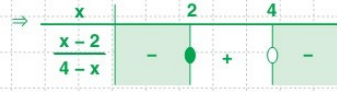
ÖRNEK 11

Aşağıdaki denklemlerin her birinin çözüm kümesini bulunuz.

a. $\left| \frac{x-2}{4-x} \right| = \frac{2-x}{4-x}$

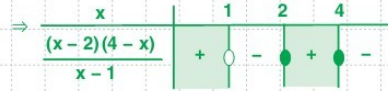
b. $\left| \frac{(x-2)(4-x)}{x-1} \right| = \frac{(2-x)(x-4)}{x-1}$

a. $\frac{x-2}{4-x} \leq 0$



$\Rightarrow (-\infty, 2] \cup (4, \infty)$

b. $\frac{(x-2)(4-x)}{x-1} \geq 0$



$\Rightarrow (-\infty, 1) \cup [2, 4]$

ÖRNEK 12

Aşağıdaki denklemlerin her birinin çözüm kümesini bulunuz.

a. $|2x - 1| = 3$

b. $4|3x - 1| - 2 = 14$

a. $\left. \begin{array}{l} 2x - 1 = 3 \Rightarrow x = 2 \\ 2x - 1 = -3 \Rightarrow x = -1 \end{array} \right\} \mathbb{C} = \{-1, 2\}$

b. $4|3x - 1| = 16 \Rightarrow |3x - 1| = 4$

$\Rightarrow 3x - 1 = 4 \text{ veya } 3x - 1 = -4$

$\Rightarrow x = \frac{5}{3} \text{ veya } x = -1$

$\Rightarrow \mathbb{C} = \{-1, \frac{5}{3}\}$

ÖRNEK 13

Aşağıdaki denklemlerin her birinin çözüm kümesini bulunuz.

a. $2|x-1|+2=1$ b. $|2x-4|-4|x-2|+8=0$

a. $2|x-1|=-1 \Rightarrow \emptyset$
 b. $2|x-2|-4|x-2|=-8$
 $-2|x-2|=-8 \Rightarrow |x-2|=4$
 $\Rightarrow x-2=4$ veya $x-2=-4$
 $\Rightarrow x=6$ veya $x=-2$
 $\Rightarrow \mathcal{C}=\{6, -2\}$

ÖRNEK 14

Aşağıdaki denklemlerin her birinin çözüm kümesini bulunuz.

a. $\left|\frac{2}{x-3}\right|+\frac{4}{|3-x|}=2$ b. $|x-2|-|x-3|=0$

a. $\frac{2}{|x-3|}+\frac{4}{|x-3|}=2=\frac{6}{|x-3|}=2$
 $\Rightarrow |x-3|=3$
 $\Rightarrow x-3=3$ veya $x-3=-3$
 $\Rightarrow x=6$ veya $x=0$
 $\Rightarrow \mathcal{C}=\{0, 6\}$
 b. $|x-2|=|x-3| \Rightarrow (x-2)^2=(x-3)^2$
 $\Rightarrow x^2-4x+4=x^2-6x+9$
 $\Rightarrow x=\frac{5}{2}$
 $\Rightarrow \mathcal{C}=\{\frac{5}{2}\}$

ÖRNEK 15

Aşağıdaki denklemlerin her birinin çözüm kümesini bulunuz.

a. $|4-|2x+1||=3$ b. $x^2-|x|-6=0$

a. $||2x+1|-4|=3 \Rightarrow |2x+1|-4=3$ v $|2x+1|-4=-3$
 $\Rightarrow |2x+1|=7$ v $|2x+1|=1$
 $\Rightarrow 2x+1=7, 2x+1=-7, 2x+1=1, 2x+1=-1$
 $\Rightarrow \mathcal{C}=\{-1, -4, 0, 3\}$
 b. $|x|^2-|x|-6=0$
 $\left\{ \begin{array}{l} |x|=-3 \\ |x|=+2 \end{array} \right\} \Rightarrow (|x|-3)(|x|+2)=0$
 $|x|-3=0 \Rightarrow x=3$ ve $x=-3$
 $\Rightarrow \mathcal{C}=\{-3, 3\}$

ÖRNEK 16

Aşağıdaki denklemlerin her birinin çözüm kümesini bulunuz.

a. $x^2-2|x+1|+2=0$ b. $|x^2-4|=2|x-2|$

a. $x \geq -1 \Rightarrow x^2-2(x+1)+2=0$
 $\Rightarrow x^2-2x=0 \Rightarrow x=0, x=2$
 $x < -1 \Rightarrow x^2+2(x+1)+2=0$
 $\Rightarrow x^2+2x+4=0$
 $\Rightarrow \Delta < 0$ reel kök yok
 $\Rightarrow \mathcal{C}=\{0, 2\}$

b. $|x-2||x+2|=2|x-2|$
 $\Rightarrow |x-2|=0$ v $|x+2|=2$
 $\Rightarrow x=2$ v $x+2=2$ v $x+2=-2$
 $\Rightarrow \mathcal{C}=\{2, 0, -4\}$

ÖRNEK 17

Aşağıdaki denklemlerin her birinin çözüm kümesini bulunuz.

a. $|x - 1| + |x - 4| = 3$ b. $|x - 2| - |x + 1| = x - 7$

a.

1	4	
$1 - x$	$x - 1$	$x - 1$
$4 - x$	$4 - x$	$x - 4$
$5 - 2x = 3$	$3 = 3$	$2x - 5 = 3$
$x = 1$	$[1, 4]$	$x = 4$

$\Rightarrow \mathcal{C} = [1, 4]$

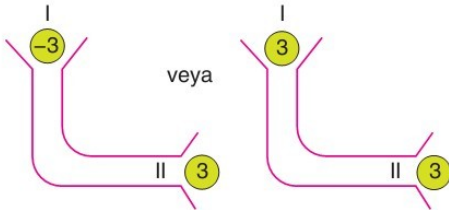
b.

-1	2	
$2 - x$	$2 - x$	$x - 2$
$-x - 1$	$x + 1$	$x + 1$
$3 = x - 7$	$-2x + 1 = x - 7$	$-3 = x - 7$
$x = -10$	$x = \frac{8}{3}$	$x = 4$

$\Rightarrow \mathcal{C} = \{4\}$

ÖRNEK 18

Aşağıda I numaralı bölmeye, üzerinde sayılar yazan toplar konduğunda, II numaralı bölmeden şeklindeki gibi çıkartan bir düzenek kurulmuştur.



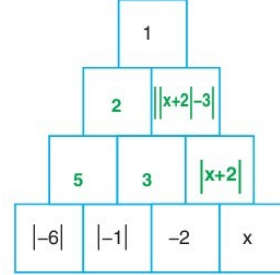
Buna göre, I numaralı bölmeye üzerinde $-6, -3, -1, 4, 7$ sayıları yazan toplar konulduğunda, II numaralı bölmeden çıkan topların üzerinde yazan sayıların toplamı kaçtır?

$$|-6| = 6, |-3| = 3, |-1| = 1, |4| = 4, |7| = 7$$

$$6 + 3 + 1 + 4 + 7 = 21$$

ÖRNEK 19

Aşağıda üst üste konmuş her bir boş kutunun içine, bir alt satırda kendisiyle ortak kenarı olan iki kutunun içinde bulunan sayılar arasındaki uzaklık hesaplanarak yazılmaktadır.



En üstteki kutuda yazılan sayı 1 olduğuna göre, x in alabileceği değerler toplamı kaçtır?

$$||x+2|-3|-2| = 1 \text{ ise}$$

$$|x+2|-3 = 3 \vee |x+2|-3 = -1$$

$$|x+2| = 6 \vee |x+2| = 0 \vee |x+2| = 4 \vee |x+2| = 2$$

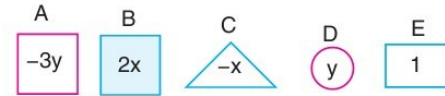
$$x = 4 \quad x = -2 \quad x = 2 \quad x = 0$$

$$x = -8 \quad x = -6 \quad x = -4$$

O hâlde x in alabileceği değerler toplamı -14 bulunur.

ÖRNEK 20

Aşağıda verilen her bir geometrik şeklin dışındaki harf o şeklin içindeki ifadeye eşittir.



$x > 0$ ve $y < 0$ olduğuna göre,

$$|3A + 2B + 4D| - |3C - 4E| + |A + B + 3E|$$

ifadesinin x ve y türünden eşiti nedir?

$$|-9y + 4x + 4y| - |-3x - 4| + |-3y + 2x + 3|$$

$$= |4x - 5y| - |3x + 4| + |2x - 3y + 3|$$

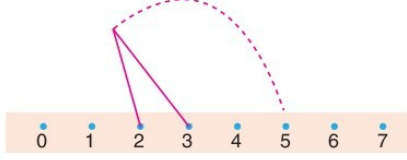
$$\begin{matrix} > 0 & > 0 & > 0 \end{matrix}$$

$$= 4x - 5y - 3x - 4 + 2x - 3y + 3$$

$$= 3x - 8y - 1$$

ÖRNEK 21

Bir tahtanın üzerine sayı doğrusu çizilmiş ve 5 cm uzunluğunda bir ipin ucu $x = 3$, diğer ucu da $x = 2$ noktalarının bulunduğu yere sabitlenmiştir.



Bu ip gergin bir şekilde tutulduğunda yukarıdaki gibi uç kısmının sayı doğrusu üzerinde $x = 2$ ve $x = 3$ noktalarına uzaklıkları toplamını ifade eden denklemi yazınız.

$$|x - 2| + |x - 3| = 5$$

ÖRNEK 22

Mehmet ile Pars aşağıdaki gibi bir oyun oynamaktadır.

- Mehmet tam sayılar kümesinden 6 farklı tam sayı seçer.
- Pars, Mehmet'in seçtiği herhangi bir tam sayıyı mutlak değerine böler. Bu işlemi her bir sayı için tekrarlar.
- Mehmet, Pars'ın bulduğu her bir değeri toplar.

Buna göre, Mehmet kaç farklı sonuç elde edebilir?

$\frac{ a }{a}$	$\frac{ b }{b}$	$\frac{ c }{c}$	$\frac{ d }{d}$	$\frac{ e }{e}$	$\frac{ f }{f}$
+++++ $\Rightarrow 6$	++--- $\Rightarrow -2$				
+++++ $\Rightarrow 4$	+---- $\Rightarrow -4$				
++++- $\Rightarrow 2$	----- $\Rightarrow -6$				
+++-- $\Rightarrow 0$	7 farklı sonuç				

ÖRNEK 23

Aşağıda verilen tablo, a , b ve c sayılarıyla toplama ve çıkarma işlemleri yapıp daha sonra elde edilen sonuçların mutlak değerinin alınması için hazırlanmıştır.

	$ (+) $	$ (-) $
$\{a, b\}$	$ a + b $	$ a - b $
$\{a, c\}$	$ a + c $	$ a - c $
$\{b, c\}$	$ b + c $	$ b - c $

a.

	$ (+) $
$\{a, 2\}$	5

Tablosuna göre, a nın alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

b.

	$ (+) $	$ (-) $
$\{a, 2\}$	8	2

Tablosuna göre, $a \cdot b$ çarpımı kaçtır?

c.

	$ (+) $	$ (-) $
$\{a, b\}$	5	x
$\{a, c\}$	7	y
$\{b, c\}$	6	z

a , b ve c pozitif tam sayılar olmak üzere, x kaçtır?

$$a. \quad |a + 2| = 5 \Rightarrow a + 2 = 5 \vee a + 2 = -5 \\ \Rightarrow a = 3 \vee a = -7$$

O hâlde a nın alabileceği değerlerin toplamı -4 bulunur.

$$b. \quad \begin{cases} |a + b| = 8 \\ |a - b| = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{|c|c|} \hline a & b \\ \hline 5 & 3 \\ \hline -3 & -5 \\ \hline -5 & -3 \\ \hline 3 & 5 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{olacağından} \\ a \cdot b = 15 \\ \text{bulunur.} \end{array}$$

$$c. \quad \begin{cases} |a + b| = 5 \\ |a + c| = 7 \\ |b + c| = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{|c|c|} \hline a + b = 5 \\ a + c = 7 \\ b + c = 6 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} a + b + c = 9 \\ a = 3, b = 2, \\ c = 4 \text{ olur.} \end{array}$$

Buna göre, $y = 1$, $z = 2$ olup $x + y + z = 4$ bulunur.

1. $2|1 - \sqrt{2}| + |2\sqrt{2} - 3|$

ifadesinin eşiti kaçtır?

- A) $-2\sqrt{2}$ B) $-\sqrt{2} - 1$ C) -2
D) -1 E) 1

2. $x < 1$ için,

$$x + |x - 1| + 2$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2x + 1$ B) $1 - 2x$ C) 3
D) 2 E) 1

3. $x > -\frac{1}{2}$ olduğuna göre,

$$|2x + 1| - 1$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-2x - 2$ B) $-2x$ C) $2x - 2$
D) $2x - 1$ E) $2x$

4. $-1 < x < 3$ olduğuna göre,

$$|x + 1| + |x - 3|$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2x - 2$ B) $2x - 1$ C) $2x + 1$
D) 2 E) 4

5. $x < 0$ olduğuna göre,

$$|2x| + |-3x| - 4|-x|$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-3x$ B) $-2x$ C) $-x$ D) x E) $2x$

6. $x < y < z$ olduğuna göre,

$$|x - y| + |z - y| - |x - z|$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2x - 2y$ B) $2x - 2z$ C) 0
D) $2y$ E) $2z$

1. $x < 3$ olduğuna göre,

$$|x - 4| + |x - 3| + x - 4$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x - 3$ B) $x - 5$ C) $5 - x$
D) $3 - x$ E) $1 - x$

2. $x < 0$ olmak üzere;

$$\frac{2|x - |3x||}{||2x| - 3x|}$$

ifadesinin eşiti, aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{8}{5}$ B) $\frac{7}{5}$ C) $\frac{6}{5}$ D) 1 E) $\frac{4}{5}$

3. $a < b < 0$ olmak üzere;

$$|4a - 2b| + |b - 3a| + |a - b| + |-b|$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $5a - 3b$ B) $3b - 5a$ C) $5b - 8a$
D) $8a - 3b$ E) $3b - 8a$

4. $x < 0 < y$ olduğuna göre, aşağıdakilerden kaç tanesi doğrudur?

I. $\left| \frac{x-y}{x \cdot y} \right| = \frac{x-y}{x \cdot y}$

II. $\left| \frac{x^3}{y^4} \right| = -\frac{x^3}{y^4}$

III. $|x^2 y^3| = -x^2 y^3$

IV. $|-3x^3| = 3x^3$

V. $|x^2 + y^3| = x^2 + y^3$

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. $x < y < 0 < z$ olmak üzere,

$$\frac{{}^6\sqrt{x^6} \cdot {}^3\sqrt{y^3} \cdot \sqrt{z^2}}{\sqrt{x^2} \cdot y^4 \cdot {}^5\sqrt{z^5}}$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\frac{z}{y}$ B) $-\frac{x}{y}$ C) 1 D) $\frac{1}{z}$ E) $\frac{1}{y}$

6. $1 < x < 2$ olmak üzere,

$$\sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{x^2 - 4x + 4}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2x - 3$ B) $2x - 1$ C) $3 - 2x$
D) 1 E) 2

1. $a < b < c$ olmak üzere,

$$\sqrt{b^2 - 2ab + a^2} + \sqrt{b^2 - 2bc + c^2}$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a - c$ B) $c - a$ C) $b - c$
D) $2b - c$ E) $2b - a - c$

2. $\frac{1}{2} < x < \frac{3}{2}$ olmak üzere,

$$\sqrt{4x^2 - 12x + 9} + \sqrt{4x^2 - 4x + 1}$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $4x - 4$ B) $4x + 2$ C) 4
D) 3 E) 2

3. $x < 2$ olmak üzere,

$$\sqrt{x^2 - 3x + 1} + \sqrt{x^2 - 6x + 9}$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2 - x$ B) $3 - x$ C) $1 - x$
D) 3 E) 2

4. $|2x - 1| = 7$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-4, 3\}$ B) $\{-3, 4\}$ C) $\{4\}$
D) $\{-2, 3\}$ E) $\{-3, 2\}$

5. $3|4 - x| - 1 = 8$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-1, -7\}$ B) $\{-1, 7\}$ C) $\{1, -7\}$
D) $\{1\}$ E) $\{1, 7\}$

6. $2|3x + 2| + 6 = 2$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left\{-\frac{4}{3}, 0\right\}$ B) $\left\{-\frac{4}{3}\right\}$ C) $\{0\}$
D) \emptyset E) $\left\{\frac{4}{3}\right\}$

1. $|4x - 4| - 2|1 - x| - 2 = 6$

eşitliğini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

2. $||x - 2| - 5| = 2$

denkleminin kökler toplamı kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

3. $|2 - |3x + 1|| = 3$

eşitliğini sağlayan x değerlerinin çarpımı kaçtır?

- A) $-\frac{8}{3}$ B) -2 C) $-\frac{4}{3}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{8}{3}$

4. $|x - 2| \cdot |x + 2| = 3$

denkleminin kökler çarpımı kaçtır?

- A) -7 B) -1 C) 1 D) 5 E) 7

5. $\left| \frac{4}{x-1} \right| = \frac{2}{|1-x|} + 1$

eşitliğini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

6. $x \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$x^2 - |x| - 2 = 0$$

denklemini sağlayan x değerlerinin çarpımı kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

MUTLAK DEĞER - II

Mutlak Değerli Eşitsizlikler

BİLGİ

➔ a pozitif gerçel sayı olmak üzere,
 $|f(x)| \leq a \Leftrightarrow -a \leq f(x) \leq a$ dır.

ÖRNEK 1

Aşağıdaki eşitsizliklerin çözüm kümesini bulunuz.

a. $|2x - 1| < 5$ b. $|3x - 2| \leq 2$

a. $|2x - 1| < 5 \Rightarrow -5 < 2x - 1 < 5$
 $\Rightarrow -4 < 2x < 6 \Rightarrow -2 < x < 3$ bulunur.
 b. $|3x - 2| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq 3x - 2 \leq 2$
 $\Rightarrow 0 \leq 3x \leq 4 \Rightarrow 0 \leq x \leq \frac{4}{3}$ bulunur.

ÖRNEK 2

Aşağıdaki eşitsizliklerin çözüm kümesini bulunuz.

a. $2|2 - x| - 1 \leq 5$ b. $|x - 1| + |2x - 2| - 6 < 0$

a. $2|2 - x| - 1 \leq 5 \Rightarrow |x - 2| \leq 3$
 $\Rightarrow -3 \leq x - 2 \leq 3$
 $\Rightarrow -1 \leq x \leq 5$ bulunur.
 b. $|x - 1| + 2|x - 1| < 6 \Rightarrow 3|x - 1| < 6$
 $\Rightarrow |x - 1| < 2$
 $\Rightarrow -2 < x - 1 < 2$
 $\Rightarrow -1 < x < 3$ bulunur.

ÖRNEK 3

Aşağıdaki eşitsizliklerin çözüm kümesini bulunuz.

a. $\left| \frac{4}{x-2} \right| > 2$ b. $|x - 3| + x < 5$

a. $\left| \frac{4}{x-2} \right| > 2 \Rightarrow \frac{|x-2|}{4} < \frac{1}{2}$
 $\Rightarrow |x-2| < 2 \Rightarrow -2 < x-2 < 2$
 $\Rightarrow 0 < x < 4 \Rightarrow (0, 4) - \{2\}$ bulunur.
 b. $|x - 3| + x < 5 \Rightarrow |x - 3| < 5 - x$
 $\Rightarrow x - 5 < x - 3 < 5 - x$
 $\Rightarrow -5 < -3 \text{ ve } x < 4 \Rightarrow (-\infty, 4)$

1. a. $-2 < x < 3$ b. $0 \leq x \leq \frac{4}{3}$ 2. a. $-1 \leq x \leq 5$ b. $-1 < x < 3$
 3. a. $(0, 4) - \{2\}$ b. $(-\infty, 4)$

ÖRNEK 4

$$|x - 2| - |x + 1| < 0$$

eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

a. $|x - 2| < |x + 1| \Rightarrow -x - 1 < x - 2 < x + 1$
 $\Rightarrow 1 < 2x \text{ ve } -2 < 1$
 $\Rightarrow \frac{1}{2} < x \text{ ve } \mathbb{R} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}, \infty \right)$

ÖRNEK 5

$$|x + 2| - |x - 1| < 6$$

eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

b.

-2	1
$-x - 2$	$x + 2$
$1 - x$	$x - 1$

 i) $(-\infty, -2)$ aralığında
 $-2 - x - (1 - x) < 6$
 $-3 < 6$ olup $x < -2$ dir.
 ii) $(-2, 1)$ aralığında
 $x + 2 - (1 - x) < 6$
 $x < \frac{5}{2}$ dir.
 iii) $(1, \infty)$ aralığında
 $x + 2 - (x - 1) < 6$
 $3 < 6$ olup $x > 1$ dir. O halde çözüm kümesi \mathbb{R} bulunur.

ÖRNEK 6

Bir arabanın ideal satış fiyatı 180000 TL dir. Satış temsilcisinin arabanın fiyatını % 5 oranına kadar değiştirme hakkı bulunmaktadır.

Buna göre, satış temsilcisinin arabayı satabileceği fiyat aralığını bulunuz.

$|x - 180000| \leq 180000 \cdot \frac{5}{100} = 9000$ olup
 $|x - 180000| \leq 9000 \Rightarrow 171000 \leq x \leq 189000$ bulunur.

ÖRNEK 7

Kişisel antrenörünüz size ücretsiz bir antrenman kazanmanız için kilo kaybınızın 7 ila 9 kg arasında olmasını söylemektedir.

Buna göre, kilo kaybınızı modelleyen mutlak değerli eşitsizliği yazınız.

$$|x - 8| < 1$$

BİLGİ

➤ a pozitif gerçekte sayı olmak üzere

$$|f(x)| \geq a \Leftrightarrow f(x) \geq a \text{ veya } f(x) \leq -a \text{ dır.}$$

ÖRNEK 8

Aşağıdaki eşitsizliklerin çözüm kümesini bulunuz.

a. $|2x - 3| > 4$

b. $3|2x - 1| - 1 \geq 2$

$$\begin{aligned} \text{a. } |2x - 3| > 4 &\Rightarrow 2x - 3 > 4 \text{ v } 2x - 3 < -4 \\ &\Rightarrow x > \frac{7}{2} \text{ v } x < -\frac{1}{2} \\ &\Rightarrow (-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (\frac{7}{2}, \infty) \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } 3|2x - 1| - 1 \geq 2 &\Rightarrow |2x - 1| \geq 1 \\ &\Rightarrow 2x - 1 \geq 1 \text{ v } 2x - 1 \leq -1 \\ &\Rightarrow x \geq 1 \text{ v } x \leq 0 \\ &\Rightarrow \mathbb{R} - (0, 1) \end{aligned}$$

ÖRNEK 9

$$|x| - |x - 2| > 0$$

eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

$$\begin{aligned} |x| - |x - 2| > 0 &\Rightarrow |x| > |x - 2| \\ &\Rightarrow x^2 > x^2 - 4x + 4 \\ &\Rightarrow 4x > 4 \\ &\Rightarrow x > 1 \\ &\Rightarrow (1, \infty) \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

BİLGİ

➤ a ve b pozitif gerçekte sayı olmak üzere

$$a < |f(x)| < b \text{ ise}$$

$$a < f(x) < b \text{ veya } a < -f(x) < b$$

ÖRNEK 10

Aşağıdaki eşitsizliklerin çözüm kümesini bulunuz.

a. $1 < |x + 1| < 4$

b. $3 \leq |2x - 1| < 7$

$$\begin{aligned} \text{a. } 1 < |x + 1| < 4 &\Rightarrow 1 < x + 1 < 4 \text{ v } 1 < -x - 1 < 4 \\ &\Rightarrow 0 < x < 3 \text{ v } -5 < x < -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } 3 \leq |2x - 1| < 7 &\Rightarrow 3 \leq 2x - 1 < 7 \text{ v } 3 \leq 1 - 2x < 7 \\ &\Rightarrow 2 \leq x < 4 \text{ v } -3 < x \leq -1 \\ &\Rightarrow [2, 4) \cup (-3, -1] \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖRNEK 11

Aşağıdaki eşitsizliklerin çözüm kümesini bulunuz.

a. $1 < 2|x - 1| - 1 \leq 5$

b. $||x - 2| - 3| < 5$

$$\begin{aligned} \text{a. } 1 < 2|x - 1| - 1 \leq 5 &\Rightarrow 1 < |x - 1| \leq 3 \\ &\Rightarrow 1 < x - 1 \leq 3 \text{ v } 1 < 1 - x \leq 3 \\ &\Rightarrow 2 < x \leq 4 \text{ v } -2 \leq x < 0 \\ &\Rightarrow (2, 4] \cup [-2, 0) \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } ||x - 2| - 3| < 5 &\Rightarrow -2 < |x - 2| < 8 \\ &\Rightarrow |x - 2| < 8 \\ &\Rightarrow -6 < x < 10 \\ &\Rightarrow (-6, 10) \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

BİLGİ

➤ Mutlak değerli bir ifadenin en küçük değeri sıfırdır.

7. $|x - 8| < 1$ 8. a. $\mathbb{R} - \left[-\frac{1}{2}, \frac{7}{2}\right]$ b. $\mathbb{R} - (0, 1)$ 9. $(1, \infty)$

10. a. $(-5, -3) \cup (0, 3)$ b. $(2, 4) \cup (-3, -1)$ 11. a. $(2, 4) \cup [-2, 0)$ b. $(-6, 10)$

ÖRNEK 12

Aşağıdaki ifadelerin her birinin alabileceği en küçük değeri bulunuz.

a. $2|x-1|+3$

b. $|x-1|+|x-3|$

c. $|x-1|+|x-2|+|x+5|$

a. $2|x-1|+3$ ifadesinin en küçük değeri için $x=1$ alınmalıdır. O hâlde en küçük değeri 3 bulunur.

b. $|x-1|+|x-3|$ ifadesinin en küçük değeri için $x \in [1, 3]$ olmalıdır. Örneğin $x=1$ için;
 $|1-1|+|1-3|=2$ bulunur.

c. $|x-1|+|x-2|+|x+5|$ ifadesinin en küçük değeri için $x \in [-5, 2]$ ve $|x-1|=0$ olmalıdır. Buna göre $x=1$ için en küçük değeri 7 bulunur.

ÖRNEK 13

$$\frac{36}{|x-2|+|x-4|}$$

ifadesinin en büyük değeri kaçtır?

$\frac{36}{|x-2|+|x-4|}$ ifadesinin en büyük değeri için $|x-2|+|x-4|$ ifadesi en küçük olmalıdır. Buna göre $x=2$ için en küçük değer 2 olup verilen ifadenin en büyük değeri 18 bulunur.

ÖRNEK 14

$$\frac{36}{|6x-12|+|3x+12|}$$

ifadesinin en büyük değeri kaçtır?

$\frac{36}{|6x-12|+|3x+12|}$ ifadesinin en büyük değeri için $x=2$ alınmalıdır. O hâlde $\frac{36}{6 \cdot 0 + 3 \cdot 2} = 6$ bulunur.

ÖRNEK 15

$$|a-b+2|+|a+b+4|=0$$

olduğuna göre, $a \cdot b$ kaçtır?

$|a-b+2|=0$ ve $|a+b+4|=0$ olmalıdır.
 $\begin{cases} a-b=-2 \\ a+b=-4 \end{cases} \Rightarrow a=-3 \text{ ve } b=-1 \text{ bulunur.}$
O hâlde $a \cdot b = 3$ tür.

ÖRNEK 16

$a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$2|3a-6b|$$

ifadesinin en küçük değeri için, $\frac{a+b}{a-b}$ oranı kaçtır?

$2|3a-6b|=0$ olmalıdır.
 $3a=6b \Rightarrow a=2b$ dir. O hâlde $\frac{a+b}{a-b}=3$ bulunur.

ÖRNEK 17

$$|x-4|-|x+2|$$

ifadesinin alabileceği tam sayı değerleri kaç tane-dir?

$x=-2$ ve $x=4$ denkleminin kökleridir. Buna göre

$$\begin{array}{ccc|ccc} & -2 & & 4 & & \\ \hline 4-x & & 4-x & & x-4 & \\ -x-2 & & x+2 & & x+2 & \\ \hline 6 & & 2-2x & & -6 & \end{array}$$

tablosu elde edilir. O hâlde;

$$-6 \leq |x-4|-|x+2| \leq 6 \text{ olup 13 tam sayı değeri vardır.}$$

1. $|1 - 2x| < 3$

eşitsizliğin en geniş çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-2, 1)$ B) $(-1, 3)$ C) $(2, 3)$
D) $(1, 3)$ E) $(-1, 2)$

2. $2|x - 1| - 3 \leq 5$

eşitsizliği aşağıdaki aralıkların hangisinde sağlanır?

- A) $[-5, 3]$ B) $[-3, 5]$ C) $[5, 8]$
D) $[-8, 5]$ E) $[-5, -1]$

3. $2|x + 2| + 4 < 2$

eşitsizliğin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-3, -1)$ B) $(1, 3)$ C) $(-1, 3)$
D) \emptyset E) \mathbb{R}

4. $|x - 2| + x < 4$

eşitsizliği aşağıdaki aralıkların hangisinde sağlanır?

- A) $(-\infty, 3)$ B) $(3, 6)$ C) $(6, 9)$
D) $(9, +\infty)$ E) \emptyset

5. $|x - 1| + |x| < 2$

eşitsizliğin en geniş çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, -\frac{1}{2})$ B) $(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$ C) $(\frac{3}{2}, 2)$
D) $(2, \frac{7}{2})$ E) $(\frac{7}{2}, +\infty)$

6. $|x - 5| + |x + 1| < x + 3$

olduğuna göre, x in alacağı tam sayı değerleri toplamı kaçtır?

- A) 19 B) 18 C) 16 D) 15 E) 11

1. $|3x - 2| > 4$

eşitsizliğinin en geniş çözüm aralığı aşağıdaki-
lerden hangisidir?

- A) $\left(-\frac{2}{3}, 3\right)$ B) $(-\infty, 3)$
C) $\left(-\infty, -\frac{2}{3}\right) \cup (2, +\infty)$ D) $\left(-\frac{2}{3}, +\infty\right)$
E) $\left(-\infty, \frac{2}{3}\right) \cup (3, +\infty)$

2. $2|4x + 3| + 6 > 4$

eşitsizliğinin en geniş çözüm aralığı aşağıdaki-
lerden hangisidir?

- A) $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right)$ B) $\left(-\frac{1}{2}, +\infty\right)$
C) $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ D) \mathbb{R}
E) \emptyset

3. $f(x) = \sqrt{6 - |2 - x|}$

fonksiyonunun tanımlı olduğu bölgedeki x tam
sayılarının toplamı kaçtır?

- A) 16 B) 18 C) 22 D) 26 E) 28

4. $|x - 2| - |x - 4| > 0$

eşitsizliğinin en geniş çözüm aralığı aşağıdaki-
lerden hangisidir?

- A) $(-\infty, 3)$ B) $(3, +\infty)$ C) $(-3, 3)$
D) $(-2, 2)$ E) $(-\infty, -2)$

5. $|x - 2| \geq 5$

koşulunu sağlamayan kaç tane tam sayı vardır?

- A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

6. $2 < |x - 1| < 6$

eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamı
kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

1. $1 \leq 2|4 - x| - 1 < 3$

eşitsizliğini sağlayan kaç tane x tam sayısı vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $||x - 1| - 2| < 1$

eşitsizliğini sağlayan kaç x tam sayısı vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $A = |x - 2| + |x + 4|$

olduğuna göre, A nın en küçük değeri kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

4. $x < 0$ olduğuna göre,

$$|2x - y| + |3z - y|$$

toplamının en küçük değeri için aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $y < x < z$ B) $y < z < x$ C) $x < y < z$
D) $x < z < y$ E) $z < y < x$

5. $A = 3|x + 2| - |x - 5|$

olduğuna göre, A nın en küçük değeri kaçtır?

- A) -7 B) -6 C) -4 D) -1 E) 1

6. $x \in \mathbb{Z}$ olmak üzere,

$$|x^2 - 2x - 4| + 6$$

ifadesinin en küçük değeri kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

1. $\frac{12}{|x+1|+|x-1|+|x-3|}$
ifadesinin en büyük değeri kaçtır?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 6 E) 12

2. $a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere,
 $|2a - 8b|$
ifadesinin en küçük değeri için, $\frac{2a-3b}{a+2b}$ oranı
kaçtır?
A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{5}{6}$ C) 1 D) $\frac{7}{6}$ E) $\frac{4}{3}$

3. $|x-1| + |x+a|$
ifadesinin en küçük değeri 3 olduğuna göre, a
nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

4. x gerçel sayısı aşağıdaki aralıklardan hangisi-
nin elemanı olursa $|x+4| + |x-6|$ sayısı sa-
bit kalır?
A) $[4, 6]$ B) $[-4, 6]$ C) $[0, +\infty)$
D) $[-4, 0]$ E) $[0, 6]$

5. $|x-y+5| + |x+y-1| = 0$
olduğuna göre, $x \cdot y$ kaçtır?
A) -8 B) -6 C) -4 D) 4 E) 6

6. $x, y, z \in \mathbb{R}$ olmak üzere,
 $\sqrt{x^2+12x+36} + \sqrt{y-3} + (z-5)^2 = 0$
olduğuna göre, $x+y+z$ kaçtır?
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

I. DERECEDEKİ İKİ BİLİNMEYENLİ DENKLEMLER

Birinci Dereceden İki Bilinmeyenli Denklemlerin Çözümü

TANIM

- a, b, c gerçekte sayılar, $a \neq 0$, $b \neq 0$ ve x ile y değişkenler olmak üzere $ax + by + c = 0$ biçimindeki denklemlere **birinci dereceden iki bilinmeyenli denklemler** denir. Bu denklemi sağlayan (x, y) ikililerin kümesine **denklemin çözüm kümesi** denir.
 - $ax + by + c = 0$ birinci dereceden iki bilinmeyenli denklemin grafiği bir doğru belirtir.
 - $ax + by = 0$ ifadesi her x ve y gerçekte sayısı için doğru ise $a = b = 0$ dır.
 - Aynı değişkenleri içeren iki veya daha fazla birinci dereceden iki bilinmeyenli denklemden oluşan ifadelere, birinci dereceden denklem sistemi denir.
- a, b, c, d, e, f $\in \mathbb{R}$, $a \neq 0$, $b \neq 0$, $d \neq 0$, $e \neq 0$ olmak üzere
- $$\begin{cases} ax + by + c = 0 \\ dx + ey + f = 0 \end{cases}$$
- birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemidir.

ÖRNEK 1

"Güldeste'nin kumbarasında 50 kuruşluk ve 1 TL lik olmak üzere toplam 50 adet madeni para bulunmaktadır. Güldeste'nin kumbarasında toplam 40 TL olduğuna göre 50 kuruşluk ve 1 TL lik madeni paralardan kaç tane vardır?"

Şeklindeki problemin çözümü için bir denklem sistemi yazınız.

50 kuruşların sayısı x, 1 TL liklerin sayısı y olmak üzere,

$$\begin{cases} x + y = 50 \\ 50x + 100y = 4000 \end{cases} \text{ denklem sistemi elde edilir.}$$

ÖRNEK 2

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ x - y = 6 \end{cases}$$

denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

$$\begin{array}{r} x + y = 12 \\ + \quad x - y = 6 \\ \hline 2x = 18 \Rightarrow x = 9 \text{ ve } y = 3 \text{ olup} \\ \text{Ç.K.} = \{(9, 3)\} \text{ bulunur.} \end{array}$$

ÖRNEK 3

$$\begin{cases} 2x - y = 10 \\ x + 3y = 12 \end{cases}$$

denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

$$\begin{array}{r} 3 \cdot 2x - y = 10 \Rightarrow 6x - 3y = 30 \\ x + 3y = 12 \Rightarrow \quad \quad \quad + \quad x + 3y = 12 \\ \hline 7x = 42 \Rightarrow x = 6 \text{ ve } y = 2 \\ \text{olup Ç.K.} = \{(6, 2)\} \text{ bulunur.} \end{array}$$

ÖRNEK 4

$$\begin{cases} a + b = 5 \\ a + c = 7 \\ b + c = 8 \end{cases}$$

olduğuna göre, a.b.c çarpımının sonucu kaçtır?

$$\begin{array}{l} a + b = 5 \\ a + c = 7 \\ b + c = 8 \end{array} \Rightarrow 2a + \frac{b+c}{8} = 12 \Rightarrow a = 2, b = 3 \text{ ve } c = 5$$

olup $a \cdot b \cdot c = 30$ bulunur.

ÖRNEK 5

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{a} + \frac{1}{b} &= \frac{6}{5} \\ \frac{3}{a} + \frac{4}{b} &= \frac{17}{5} \end{aligned} \right\}$$

olduğuna göre, $a - b$ değerini bulunuz.

$$\begin{array}{r} 4 \cdot \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{6}{5} \\ -1 \cdot \frac{3}{a} + \frac{4}{b} = \frac{17}{5} \\ \hline + \end{array}$$

$$\frac{1}{a} = \frac{7}{5} \Rightarrow a = \frac{5}{7} \text{ olup } b = -5 \text{ bulunur.}$$

$$\text{O hâlde } a - b = \frac{40}{7} \text{ olur.}$$

ÖRNEK 6

$$(2a - 1)x + (3b - 6)y = 0$$

ifadesi her x ve y gerçekte sayı için doğru olduğuna göre, $a + b$ değerini bulunuz.

$$2a - 1 = 0 \text{ ve } 3b - 6 = 0 \text{ dur. O hâlde } a = \frac{1}{2} \text{ ve } b = 2 \text{ olup } a + b = \frac{5}{2} \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK 7

x ve y pozitif tam sayılar olmak üzere,

$$(x + y + 1)(x - y - 7) = 23$$

olduğuna göre, y kaçtır?

$$\left. \begin{aligned} x + y &= 22 \\ x - y &= 8 \end{aligned} \right\} x = 15 \text{ ve } y = 7 \text{ olur. O hâlde } y = 7 \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK 8

$$\left. \begin{aligned} 4x^2 - 3y + 2x - 9y^2 &= 12 \\ 2x + 3y &= 2 \end{aligned} \right\}$$

olduğuna göre, x kaçtır?

$$4x^2 - 9y^2 + 2x - 3y = 12$$

$$(2x - 3y)(2x + 3y + 1) = 12 \Rightarrow 2x - 3y = 4$$

$$+ \quad 2x + 3y = 2$$

$$y = -\frac{1}{3} \text{ olup } x = \frac{3}{2}$$

bulunur.

ÖRNEK 9

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} &= \frac{5}{6} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{z} &= \frac{3}{4} \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{z} &= \frac{7}{12} \end{aligned} \right\}$$

olduğuna göre, $\frac{xyz}{xy + yz + xz}$ ifadesinin eşitini bulunuz.

$$\begin{array}{r} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{z} = \frac{3}{4} \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{7}{12} \\ + \end{array}$$

$$2 \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) = \frac{26}{12}$$

$$\frac{xy + xz + yz}{xyz} = \frac{13}{12} \Rightarrow \frac{xyz}{xy + xz + yz} = \frac{12}{13} \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK 10

$$\frac{x}{yz} = 4, \quad \frac{y}{xz} = 4, \quad \frac{z}{xy} = 4$$

olduğuna göre, $x \cdot y \cdot z$ çarpımı kaçtır?

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x}{yz} = 4 \\ \frac{y}{xz} = 4 \\ \frac{z}{xy} = 4 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{x \cdot y \cdot z}{x^2 \cdot y^2 \cdot z^2} = 256 \Rightarrow xyz = \frac{1}{256} \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK 11

$$\left. \begin{array}{l} 2x - y + z = 9 \\ x + y - z = 6 \\ x - y - z = 2 \end{array} \right\}$$

olduğuna göre, $x + y + z$ kaçtır?

$$\left. \begin{array}{l} 2x - y + z = 9 \\ x + y - z = 6 \end{array} \right\} \Rightarrow 3x = 15 \Rightarrow x = 5$$

$$x = 5 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} y - z = 1 \\ y + z = 3 \end{array} \right\} \Rightarrow y = 2 \text{ ve } z = 1$$

O hâlde $x + y + z = 8$ bulunur.

ÖRNEK 12

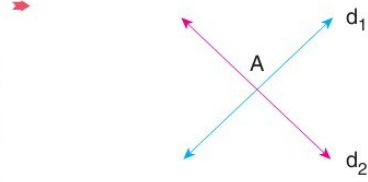
$$\left. \begin{array}{l} x + 2y - 3z = 5 \\ 2x + y - 2z = 4 \\ 3x + 4y + 7z = 6 \end{array} \right\}$$

olduğuna göre, $7x + 9y - z$ kaçtır?

$$\begin{array}{rcl} 2/ & x + 2y - 3z & = 5 \\ & 2x + y - 2z & = 4 \\ + & 3x + 4y + 7z & = 6 \\ \hline & 7x + 9y - z & = 10 + 4 + 6 = 20 \text{ bulunur.} \end{array}$$

BİLGİ

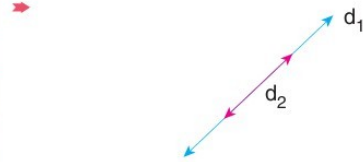
$$\left. \begin{array}{l} d_1 : ax + by + c = 0 \\ d_2 : dx + ey + f = 0 \end{array} \right\} \text{ denklem sisteminde}$$



$\frac{a}{d} \neq \frac{b}{e}$ ise denklem sisteminin çözüm kümesi tek elemanlıdır.

Denklemin belirttiği doğrular tek noktada kesişirler.

$$d_1 \cap d_2 = A$$

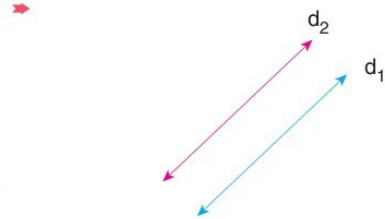


$$\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f}$$

ise denklem sisteminin sonsuz çözümü vardır.

Denklemin belirttiği doğrular çakışıkır.

$$d_1 \cap d_2 = d_1 = d_2$$



$$\frac{a}{d} = \frac{b}{e} \neq \frac{c}{f}$$

ise denklem sisteminin çözüm kümesi boş kümedir.

Denklemlerin belirttiği doğrular paraleldir.

ÖRNEK 13

$$\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ x + 2y = 11 \end{cases}$$

denklemin sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

$$\begin{array}{rcl} 2 / 2x - 3y = 1 & \Rightarrow & 4x - 6y = 2 \\ 3 / x + 2y = 11 & \Rightarrow & + \quad 3x + 6y = 33 \\ \hline & & 7x = 35 \\ & & x = 5 \end{array}$$

$x = 5$ için $y = 3$ olup çözüm kümesi $\mathcal{C} = \{(5, 3)\}$ bulunur.

ÖRNEK 14

$$\begin{cases} 2x - 6y + 4 = 0 \\ 3x - 9y + 6 = 0 \end{cases}$$

denklemin sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

$$\frac{2}{3} = \frac{6}{9} = \frac{4}{6} \text{ olup sonsuz çözüme sahiptir. O hâlde}$$

$$x = k \text{ için } y = \frac{k+2}{3} \text{ olup } \mathcal{C} = \left\{ \left(k, \frac{k+2}{3} \right) \right\} \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK 15

$$\begin{cases} 6x + 12y = 3 \\ 4x + 8y = 5 \end{cases}$$

denklemin sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

$$\frac{6}{4} = \frac{12}{8} \neq \frac{3}{5} \text{ olup } \mathcal{C} = \emptyset \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK 16

$$\begin{cases} 3x + my = 4 \\ mx + 12y = 8 \end{cases}$$

sisteminin çözüm kümesi boş küme olduğuna göre, m kaçtır?

Çözüm kümesi boş küme olduğuna göre

$$\frac{3}{m} = \frac{m}{12} \Rightarrow m = -6 \text{ bulunur. Çünkü } m = 6 \text{ için çözüm kümesi sonsuz elemanlıdır.}$$

ÖRNEK 17

$$\begin{cases} (m+1)x - (n+2)y + 4 = 0 \\ (m-1)x + (2n-1)y + 2 = 0 \end{cases}$$

sisteminin çözüm kümesi sonsuz elemanlı olduğuna göre, $m + n$ kaçtır?

$$\begin{array}{l} \frac{m+1}{m-1} = \frac{-n-2}{2n-1} = \frac{4}{2} \\ \frac{m+1}{m-1} = 2 \Rightarrow m = 3 \\ \frac{-n-2}{2n-1} = 2 \Rightarrow n = 0 \end{array} \Rightarrow m + n = 3 \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK 18

$$\begin{cases} mx + (2n+1)y = 6 \\ (n-1)y + mx = 4 \end{cases}$$

sisteminin çözüm kümesi boş küme olduğuna göre, n kaçtır?

$$\frac{m}{m} = \frac{2n+1}{n-1}$$

$$2n+1 = n-1 \Rightarrow n = -2 \text{ bulunur.}$$

1.
$$\begin{cases} 3x + y = -7 \\ 2x - 3y = -12 \end{cases}$$

olduğuna göre, $x \cdot y$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -6 B) -5 C) -4 D) -3 E) -2

2.
$$\begin{cases} 2x - 5y = 9 \\ 3x - 9y = 22 \end{cases}$$

sisteminde $x - y$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -1 B) -2 C) -3 D) -4 E) -5

3. x ve y pozitif tam sayılar,

$$\begin{cases} x^2 + xy = 60 \\ y^2 + xy = 84 \end{cases}$$

olduğuna göre, y sayısı kaçtır?

- A) 4 B) 7 C) 9 D) 10 E) 11

4.
$$\begin{cases} (2m + 1)x + (3n - 2)y = 5 \\ (m - 2)x + (n + 1)y = 10 \end{cases}$$

denklemler sistemi sonsuz çözüme sahipse, $m \cdot n$ çarpımının sonucu kaçtır?

- A) 1 B) $-\frac{1}{2}$ C) $-\frac{3}{2}$
D) $-\frac{4}{3}$ E) $-\frac{5}{4}$

5. m pozitif gerçel sayı olmak üzere,

$$\begin{cases} 2x + my = 5 \\ mx + 8y = 12 \end{cases}$$

denklemler sistemi m nin hangi değeri için çözümsüzdür?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 16

6.
$$\begin{cases} 3x - my = 8 \\ 2x + 6y = n \end{cases}$$

sistemi m nin hangi değeri için tek çözüm vermez?

- A) -2 B) -3 C) -6 D) -8 E) -9

1. a ve b pozitif tam sayılardır.

$$25a^2 - 4b^2 = 29$$

olduğuna göre, a . b çarpımı kaçtır?

- A) 21 B) 19 C) 16 D) 15 E) 13

2. a ve b gerçel sayılardır.

$$(a + b - 5)^2 + (a - b - 3)^2 = 0$$

olduğuna göre, $a^2 - b^2$ kaçtır?

- A) 3 B) 8 C) 12 D) 15 E) 21

- 3.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{a} - \frac{2}{b} = \frac{3}{4} \\ \frac{2}{a} + \frac{3}{b} = \frac{7}{4} \end{array} \right\}$$

denklem sisteminde b kaçtır?

- A) 11 B) 13 C) 25 D) 28 E) 32

- 4.

$$\left\{ \begin{array}{l} x - \frac{2}{y} = 4 \\ 2x + \frac{1}{y} = 6 \end{array} \right\}$$

sisteminde x . y aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -5 B) -7 C) -8 D) -9 E) -10

- 5.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{2}{x+1} - \frac{3}{y-2} = \frac{5}{6} \\ \frac{9}{x+1} - \frac{10}{y-2} = \frac{10}{3} \end{array} \right\}$$

olduğuna göre, $\frac{x}{y}$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -2 B) $-\frac{5}{2}$ C) -3
D) $-\frac{3}{2}$ E) $-\frac{1}{2}$

- 6.

$$a = \frac{x+1}{3} \text{ ve } b = \frac{x-2}{4}$$

olduğuna göre, a'nın b cinsinden ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{4}{3}b + 1$ B) $\frac{2}{3}b + 1$ C) $\frac{3}{2}b + 1$
D) $\frac{3}{4}b + 1$ E) $2b + 1$

1.
$$\begin{cases} a + b = 1 \\ a + c = 2 \\ b + c = -7 \end{cases}$$

olduğuna göre, c aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -1 B) -3 C) -5 D) -6 E) -7

2.
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 5 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{z} = 7 \\ \frac{1}{z} + \frac{1}{y} = 6 \end{cases}$$

olduğuna göre, $x + y + z$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) $\frac{13}{12}$ C) $\frac{15}{13}$
D) $\frac{17}{15}$ E) $\frac{21}{11}$

3.
$$\begin{cases} 2 - ab + 3c = 4 \\ a + b + 5c = 7 \\ 2 - ab + 7c = 9 \end{cases}$$

olduğuna göre, $a + b + c$ kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

4.
$$\begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ 3x - 2z = 9 \\ 2y + 7z = 14 \end{cases}$$

olduğuna göre, $x + y + z$ kaçtır?

- A) 5 B) 7 C) 9 D) 10 E) 11

5.
$$\begin{cases} 4x - 3y + 5z = 24 \\ 2x - 5y + 3z = 16 \end{cases}$$

olduğuna göre, $x + y + z$ kaçtır?

- A) 8 B) 6 C) 4 D) 2 E) 1

6.
$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 15 \\ y^2 - z^2 = 12 \\ x + z = 3 \end{cases}$$

olduğuna göre, $\frac{x}{z}$ kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

1. $y \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere;

$$2x + 4y = 9$$

ifadesinde x in en büyük değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 8 B) 5 C) 4 D) $\frac{7}{2}$ E) $\frac{5}{2}$

2. $3a - 6b = \sqrt{3}a + 3b$

eşitliğinde $\frac{a}{b}$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3 + \sqrt{3}$ B) $3 - \sqrt{3}$ C) $\frac{9 - \sqrt{3}}{2}$
D) $\frac{9 + 3\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{3 + \sqrt{3}}{3}$

3.
$$\left\{ \begin{array}{l} x + \frac{3}{y} = 7 \\ y + \frac{3}{x} = 5 \end{array} \right.$$

olduğuna göre, $\frac{x}{y}$ nin değeri nedir?

- A) 2 B) $\frac{7}{5}$ C) 1 D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{5}{8}$

4. x, y, z birbirinden farklı pozitif tam sayılar olmak üzere,

$$3x + 4y + 5z = 103$$

eşitliğinde x in en büyük değeri kaçtır?

- A) 30 B) 27 C) 21 D) 18 E) 15

5.
$$\left\{ \begin{array}{l} x + y + z = 10 \\ xy + yz = 25 \end{array} \right.$$

olduğuna göre, $x + z$ nin değeri kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 8 E) 9

6. $(3a - 5)x + (2b - 4)y = 0$

ifadesi $\forall x, y \in \mathbb{R}$ için doğru ise a, b aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{5}{3}$ B) 2 C) $\frac{10}{3}$ D) 4 E) $\frac{11}{4}$

I. DERECEDEKİ İKİ BİLİNMEYENLİ EŞİTSİZLİKLER

I. Dereceden İki Bilinmeyenli Eşitsizliklerin Çözümü

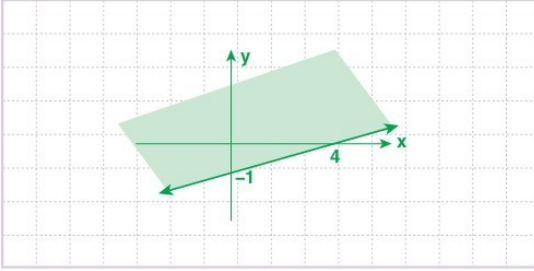
TANIM

- $a, b \in \mathbb{R}$ ve $a \neq 0$ ve $a \neq 0$ olmak üzere,
 $ax + by + c > 0$, $ax + by + c \geq 0$,
 $ax + by + c < 0$, $ax + by + c \leq 0$,
 biçimindeki ifadeler **birinci dereceden iki bilinmeyenli eşitsizlikler** denir.
- Birinci dereceden iki bilinmeyenli eşitsizliklerin çözüm kümeleri de (x, y) sıralı ikililerinden oluşur. Eşitsizliği sağlayan sonsuz sayıda sıralı ikili bulunacağından çözüm kümesi analitik düzlemde taralı bölge olarak gösterilir.

ÖRNEK 1

$$x - 4y \leq 4$$

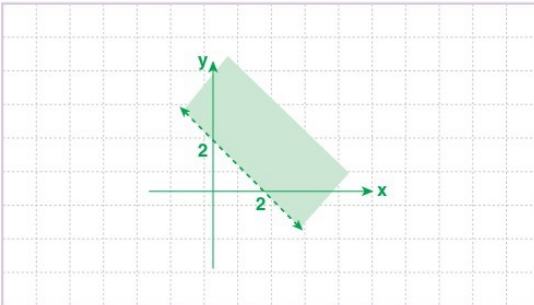
eşitsizliğin çözüm kümesini analitik düzlemde gösteriniz.



ÖRNEK 2

$$x + y > 2$$

eşitsizliğin çözüm kümesini analitik düzlemde gösteriniz.



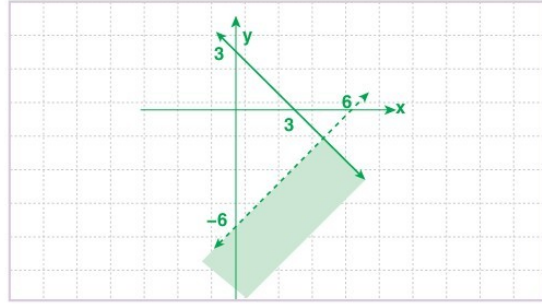
BİLGİ

- Değişkenleri aynı olan birinci dereceden, iki bilinmeyenli en az iki eşitsizlikten oluşan ifadeye **birinci dereceden iki bilinmeyenli eşitsizlik sistemi** denir.
- Eşitsizlik sistemindeki her eşitsizliği sağlayan (x, y) sıralı ikililerinin kümesine **eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi** denir. Bu eşitsizliklerin çözüm kümelerinin kesişimi eşitsizlik sisteminin çözüm kümesini verir.

ÖRNEK 3

$$\begin{cases} x - y > 6 \\ x + y \leq 3 \end{cases}$$

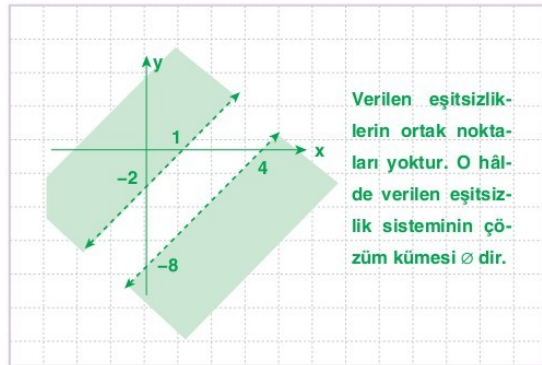
eşitsizliğin sisteminin çözüm kümesini analitik düzlemde gösteriniz.



ÖRNEK 4

$$\begin{cases} 2x - y < 2 \\ 2x - y > 8 \end{cases}$$

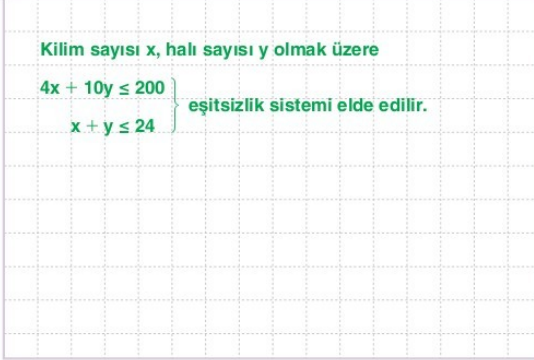
eşitsizliğin sisteminin çözüm kümesini analitik düzlemde gösteriniz.



ÖRNEK 5

Bir halı fabrikası kilim ve halı olmak üzere iki farklı ürün üretmektedir. Kilim üretimi için 4 saatlik bir iş gücü gerekirken halı üretimi için 10 saatlik bir iş gücü gerekmektedir. Fabrikada haftalık iş gücü toplam en fazla 200 saat olup, üretim kapasitesi en fazla 24 üründür.

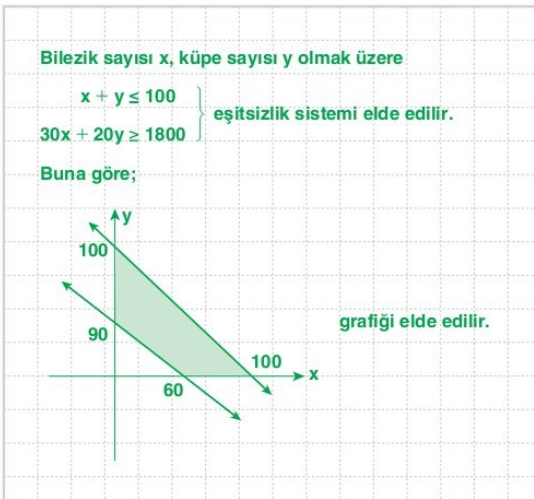
Buna göre, halı ve kilim üretimini ifade eden eşitsizlik sistemini yazınız.



ÖRNEK 6

Elif, yaz tatili masrafları için bilezik ve küpeler yapmıştır. Elif bileziklerinin tanesini 30 TL, küpelerinin tanesini 20 TL ye satmaktadır. Elif'in satmak istediği bilezik ve küpelerinin sayısının en çok 100 adet olması ve en az 1800 TL kazanması gerekmektedir.

Buna göre, Elif'in tatil için yapmış olduğu bütçe planlamasını ifade eden eşitsizlik sistemini yazarak grafiğini çiziniz.



5. $4x + 10y \leq 200, x + y \leq 24$

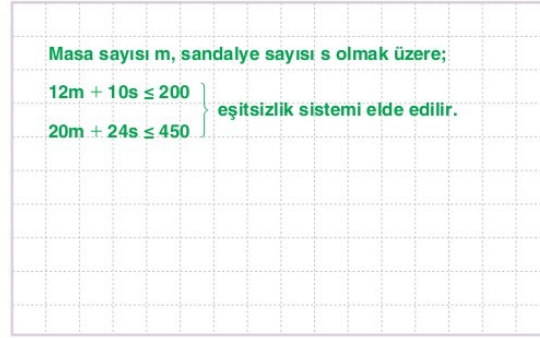
ÖRNEK 7

Zeynep'in sandalye ve masa ürettiği bir atölyesi vardır. Aşağıdaki tabloda bir masa ve bir sandalye için gerekli olan tahta parçası ve çivi sayısı verilmiştir.

	Tahta sayısı	Çivi sayısı
Masa	12	20
Sandalye	10	24

Zeynep'in elinde 200 parça tahta ve 450 adet çivi bulunmaktadır.

Buna göre, Zeynep'in üreteceği masa ve sandalyeler için kullanacağı tahta ve çivi sayısını ifade eden eşitsizlik sistemini yazınız.

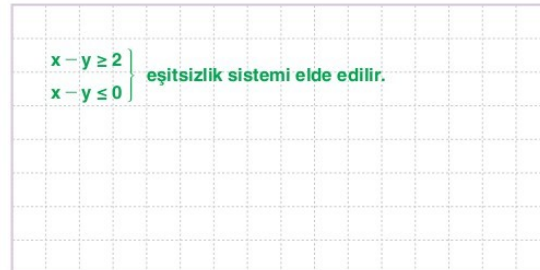


ÖRNEK 8

Sayı doğrusu üzerinde $A(y)$, $B(x)$ noktaları verilmiştir. A ile B noktaları arasındaki uzaklık $|AB|$ ile ifade edilmektedir.



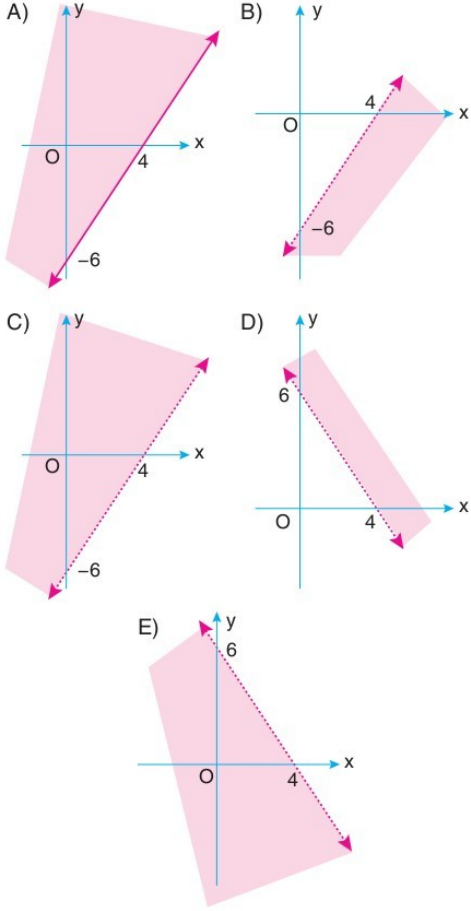
Buna göre, $||AB| - 1| \geq 1$ eşitsizliğini ifade eden eşitsizlik sistemini yazınız.



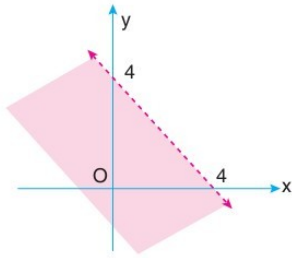
7. $\begin{cases} 12m + 10s \leq 200 \\ 20m + 24s \leq 450 \end{cases}$ 8. $\begin{cases} x - y \geq 2 \\ x - y \leq 0 \end{cases}$

1. $3x - 2y - 12 < 0$

eşitsizliğini sağlayan (x, y) sıralı ikililerinin analitik düzlemde gösterimi aşağıdakilerden hangisidir?



2.

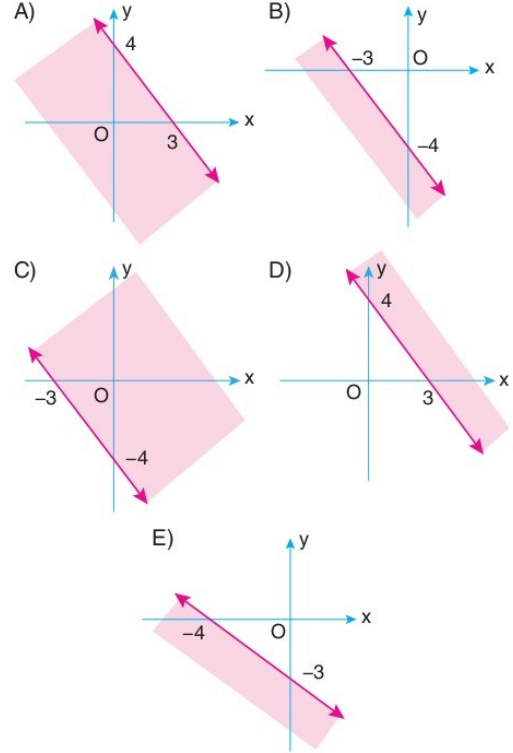


Şekildeki taralı düzlem parçası aşağıdaki eşitsizliklerden hangisinin çözüm kümesidir?

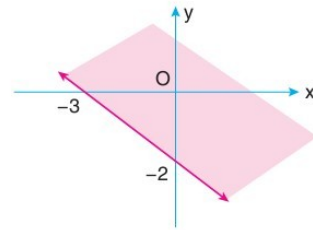
- A) $x + y + 4 \geq 0$ B) $x + y + 4 > 0$
 C) $x + y - 4 \leq 0$ D) $x + y - 4 \geq 0$
 E) $x + y - 4 < 0$

3. $4x + 3y + 12 \geq 0$

eşitsizliğini sağlayan (x, y) sıralı ikililerinin analitik düzlemde gösterimi aşağıdakilerden hangisidir?



4.

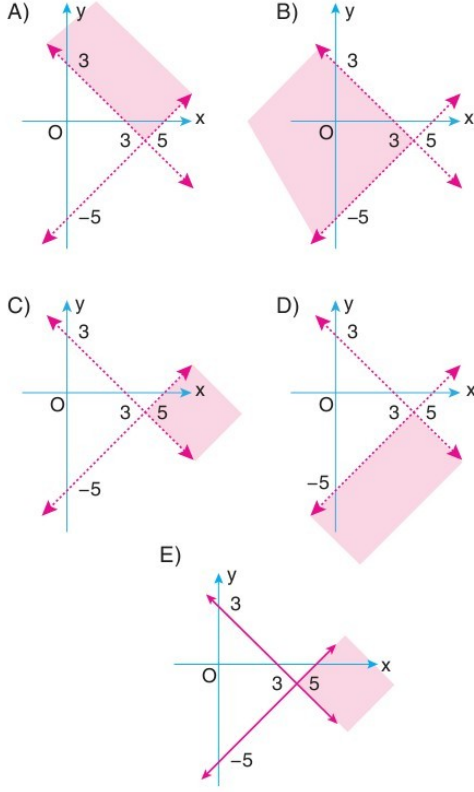


Şekildeki taralı düzlem parçası aşağıdaki eşitsizliklerden hangisinin çözüm kümesidir?

- A) $3x + 2y \leq -6$ B) $3x + 2y \geq -6$
 C) $2x + 3y \geq 6$ D) $2x + 3y \geq -6$
 E) $2x + 3y \leq -6$

1.
$$\begin{cases} x + y - 3 > 0 \\ y - x + 5 < 0 \end{cases}$$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?



2.
$$\begin{cases} x + y \leq 6 \\ x + y \geq -6 \end{cases} \text{ ve } \begin{cases} -x + y \leq 6 \\ x - y \geq 6 \end{cases}$$

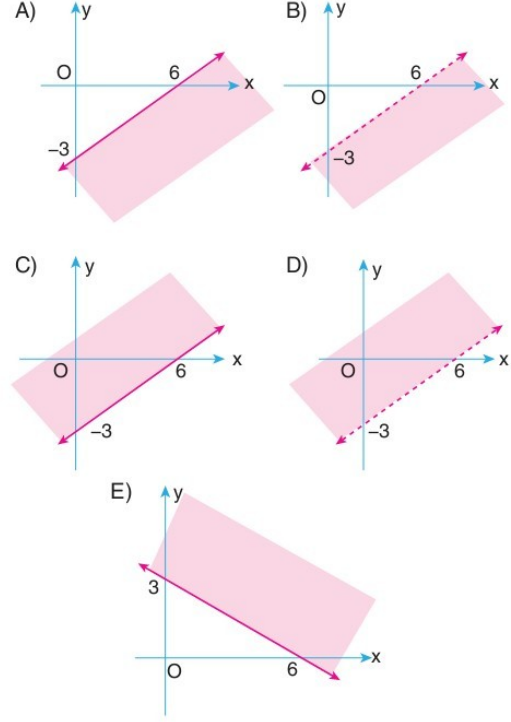
eşitsizlik sistemlerinin çözüm kümelerinin kesişimi ABCD dörtgenel bölgesidir.

Buna göre, ABCD dörtgeninin alanı kaç birim-karedir?

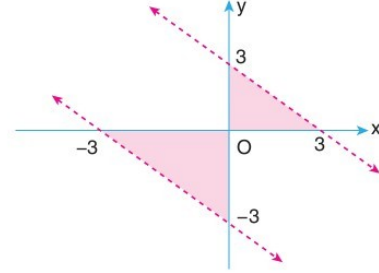
- A) 144 B) 128 C) 100 D) 96 E) 72

3. $x - 2y \leq 6$

eşitsizliğin çözüm kümesinin analitik düzlemde gösterimi aşağıdakilerden hangisidir?



4.



Şekildeki taralı bölgeyi,

I. $|x - y| \leq 3$

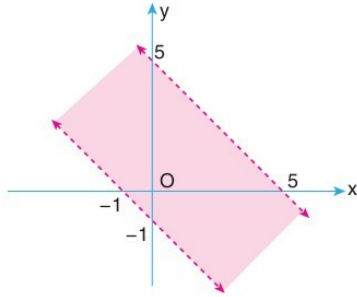
II. $|x + y| \leq 3$

III. $x \cdot y \geq 0$

eşitsizliklerinden hangileri ile oluşturulacak eşitsizlik sistemini ifade eder?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve III
D) II ve III E) I, II ve III

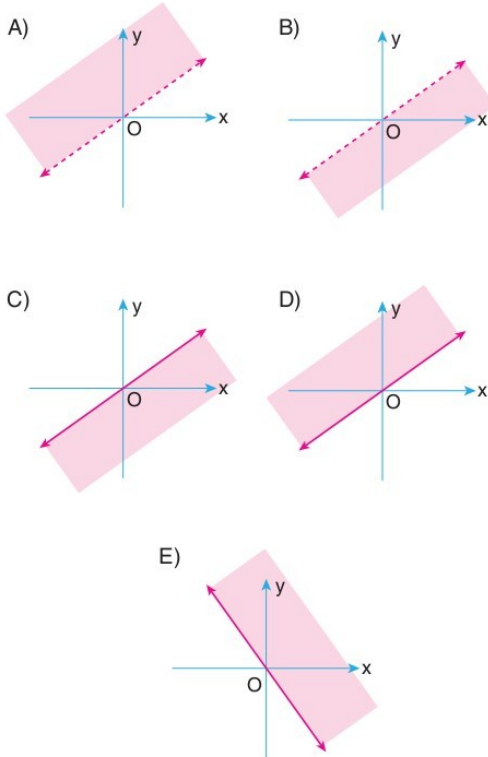
1.



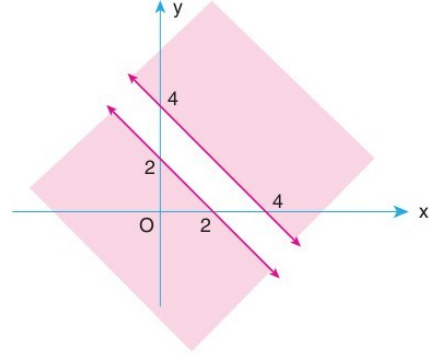
Şekildeki taralı bölge aşağıdaki eşitsizliklerin hangisinin çözüm kümesidir?

- A) $|x + y - 3| \leq 2$ B) $|x + y - 2| \leq 3$
 C) $|x - y - 2| \leq 3$ D) $|x - y - 3| \leq 2$
 E) $|x + y + 2| \leq 3$

2. $y > 2x$ eşitsizliğini sağlayan (x, y) sıralı ikililerinin analitik düzlemde gösterimi aşağıdakilerden hangisidir?



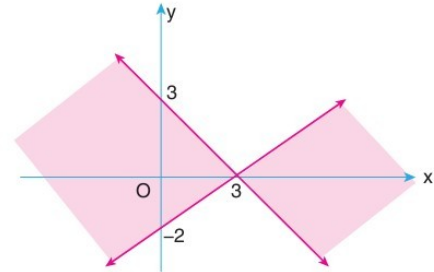
3.



Şekildeki taralı bölge aşağıdaki eşitsizliklerin hangisinin çözüm kümesidir?

- A) $|x - y - 1| \geq 3$ B) $|x + y - 1| \geq 3$
 C) $|x + y - 1| > 3$ D) $|x + y - 3| > 1$
 E) $|x + y - 3| \geq 1$

4.



Şekildeki taralı bölge aşağıdaki eşitsizliklerin hangisinin çözüm kümesidir?

- A) $(x + y - 3)(2x - 3y - 6) \leq 0$
 B) $(x + y - 3)(2x - 3y - 6) \geq 0$
 C) $x + y - 3 \geq 0$
 $2x + 3y - 6 < 0$
 D) $x + y - 3 < 0$
 $2x + 3y - 6 \geq 0$
 E) $(x + y - 3)(2x - 3y - 6) \leq 0$

1. $x - [3 - x - (5 - x)] = 2 - x$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 0 B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

2. $\frac{1}{x+1} - \frac{2}{3} = 2 - \frac{x+2}{x+1}$

denklemini sağlayan x değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{6}$

3. $\frac{1}{2008x - 4016} = \frac{1}{2008} - \frac{1}{2009}$

denklemini sağlayan x değeri kaçtır?

- A) 2010 B) 2011 C) 2012
D) 2013 E) 2014

4. $a + \frac{x}{b} = b + \frac{x}{a}$

olduğuna göre, x in a ve b türünden değeri nedir?

- A) $-a^2b$ B) $-\frac{a}{b}$ C) $-ab$
D) $a^2 - b$ E) $a - b^2$

5. $\frac{3 - \frac{1}{3 + \frac{1}{a}}}{3 - \frac{1}{4 - \frac{1}{a}}} = 1$

denklemini sağlayan a değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

6. $a, b \in \mathbb{R}$ için

$$a = \frac{3-b}{5b-2}$$

olduğuna göre, a nın hangi değeri için b tanımsızdır?

- A) $-\frac{1}{6}$ B) $-\frac{1}{5}$ C) $-\frac{1}{4}$
D) $-\frac{1}{3}$ E) $-\frac{1}{2}$

1. $0 < y < 1 < x$ olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

A) $y^3 > y^2$ B) $\frac{1}{x} < \frac{1}{y}$ C) $x^3 < x^2$
 D) $\frac{1}{y} < \frac{1}{x}$ E) $x^2 < y^3$

2. $-2 \leq x < 0$ olmak üzere, $x \cdot y = 8 - 2x$ ifadesi veriliyor.

Buna göre, x azalan değerler alırken, y nasıl değişir?

- A) Azalarak -6 olur. B) Azalarak -10 olur.
 C) Artarak -10 olur. D) Artarak -8 olur.
 E) Artarak -6 olur.

3. $\left(\frac{1}{3}\right)^{|2x-7|} < 9$

eşitsizliğin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) \mathbb{R} B) \emptyset C) $\left(-\infty, \frac{5}{2}\right)$
 D) $\left(\frac{9}{2}, \infty\right)$ E) $\mathbb{R} - \left(\frac{5}{2}, \frac{9}{2}\right)$

4. $a^2 < a$, $a \cdot b > 0$ ve $c \cdot a + a < 0$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi kesinlikle yanlıştır?

- A) $a + c > 0$ B) $b < a$ C) $a < b$
 D) $c < a$ E) $a \cdot c < b \cdot a$

5. $a < |a|$ olmak üzere,

$20 - 3a + 3b = 0$ eşitliğini sağlayan en büyük b tam sayı değeri için $6ab$ nin alacağı değer aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 7 B) 9 C) 10 D) 12 E) 14

6. $x \in \mathbb{Z}$ olmak üzere, $1 \leq \frac{x+2}{4} < 5$ olduğuna göre,

$$\frac{2x+16}{x}$$

ifadesini tam sayı yapan x değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) 14 B) 24 C) 28 D) 30 E) 31

1. $|x - 1| = x - 4$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

- A) $(1, \infty)$ B) $(-\infty, 1)$ C) $\left\{\frac{5}{2}\right\}$
D) \emptyset E) \mathbb{R}

2.

$$\frac{12}{|x| + |x - 1| + |x - 2|}$$

ifadesinin değeri en çok kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

3. $|x^2 - 4| - |x - 2| = 0$

denklemini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

4. $x < 0 < y$ için,

$$|2x - y| + \sqrt{x^2 - 6x + 9} - \sqrt{x^2} = 7 - |-3y| - 2x$$

olduğuna göre, y kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

5. $x < -1$ olduğuna göre,

$$\sqrt{x^2 + 4x - 2} + \sqrt{4x^2 - 12x + 9} + x$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -x B) -1 C) $2x + 1$
D) $x - 1$ E) 1

6. $\frac{|x - 2| + (x - 2)^2}{|x - 1| - 3} \leq 0$

eşitsizliğini sağlayan kaç tane tam sayı değeri vardır?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

1. $2b + 5 = 7x - (a - 3)x$

denkleminin çözüm kümesi boş küme olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

2. $x, y \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$(x - 3y + 6)^2 + (x + 2y - 4)^2 = 0$$

denklemini sağlayan (x, y) ikilisi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (1, 2) B) (0, 1) C) (0, 2)
D) (3, 2) E) (2, 2)

3. $(m + 1)x + 28 = 2x - 4n$

denkleminin çözüm kümesi tüm reel sayılar olduğuna göre, $m + n$ kaçtır?

- A) -7 B) -6 C) -5 D) -4 E) -3

4. $-3 < x < 4$ ve $-4 < y < -1$

olduğuna göre, $x \cdot y$ nin kaç farklı tam sayı değeri vardır?

- A) 17 B) 20 C) 23 D) 27 E) 29

5. $a, b, c \in \mathbb{N}^+$ ve $\frac{1}{c} < \frac{1}{b} < \frac{1}{a}$ olduğuna göre,

$$|a - b| + |a - c| - |c - b|$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2a - 2b - 2c$ B) $2b - 2c$
C) $2b - 2a$ D) $-2a$
E) 0

6. $|2 - |x - 5|| < 2$

eşitsizliğinin çözüm kümesinde kaç tane x tam sayı değeri vardır?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

1. $\frac{2x+a}{3} - \frac{x-2a}{5} = x+a$

denkleminin kökü -2 olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

2. Bir sayının iki katının 5 e olan uzaklığı 3 ten büyük 9 dan küçük değer alabildiğine göre, bu sayının alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

- A) 11 B) 10 C) 9 D) 8 E) 7

3. Toplamları 60 olan birbirinden farklı üç çift doğal sayının, herhangi ikisinin toplamı, diğer kalan sayıdan büyüktür.

Buna göre, bu sayıların en küçüğü en az kaç olabilir?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

4. $A = |x-8| - |x+12|$

eşitliğini sağlayan kaç tane A tam sayısı vardır?

- A) 41 B) 40 C) 38 D) 37 E) 30

5.
$$\left. \begin{array}{l} x+2y \leq 4 \\ -2x+y \leq 2 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{array} \right\}$$

eşitsizlik sisteminin analitik düzlemde belirttiği kapalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 8 E) 10

6. $\frac{xy + yz + xz}{x^2 + y^2 + z^2} \geq 1$

eşitsizliğini sağlayan x, y, z reel sayıları için aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

- A) $x = y = z$ B) $x < y < z$
C) $x^2 > y^2 > z^2$ D) $z < y < 0 < x$
E) $x, y, z \in (0, 1)$

1. $\left(1 + \frac{1}{x}\right)\left(1 + \frac{1}{x+1}\right)\left(1 + \frac{1}{x+2}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{x+33}\right) = 18$

denklemini sağlayan x değeri kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

2. $\frac{1}{12} < \frac{1}{3x-9} < \frac{1}{3}$

eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

- A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

3. $1 < |x+1| + |x-1| \leq 6$

eşitsizliğinin çözüm kümesindeki x tam sayılarının toplamı kaçtır?

- A) -3 B) -1 C) 0 D) 1 E) 3

4. $\frac{|12-3x| - |x-4|}{2+|4-x|} < 1$

eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (-3, -2) B) (-2, -1) C) (-1, 3)
D) (1, 4) E) (2, 6)

5. $x = \frac{3a}{4b-a}$

$y = \frac{2b}{4b-a}$

olduğuna göre, x in y türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3y - 1$ B) $6y - 3$ C) $4y - 4$
D) $3y - 8$ E) $2y + 6$

6. $||x-3| + 4| = m$

denkleminin çözüm kümesi 1 elemanlı olduğuna göre, m için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $4 < m$ B) $m < 3$
C) $-4 < m < 3$ D) $m = 4$
E) $m = 3$

1. Silindirik şekilde bir metal çubuk parçasının ideal çapı en fazla 0,1 mm hata payı ile 2,5 cm dir.



Buna göre üretilen çubukların çap uzunluğunun değer aralığını ifade eden eşitsizlik aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $|x - 2,5| \leq 0,01$ B) $|x - 2,5| < 0,01$
C) $|x - 2,5| \leq 0,1$ D) $|x - 2,5| < 0,1$
E) $|x - 0,01| \leq 2,5$

2. Bir koltuk takımının ideal satış fiyatı 10.000 TL dir. Satış temsilcisinin satış fiyatını % 10 oranına kadar değiştirmeye izni vardır.

Buna göre bu satış temsilcisinin bu koltuk takımını satabileceği fiyat aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) [10.000, 11.000] B) [9.000, 10.000]
C) [9.000, 11.000] D) (9.000, 11.000)
E) [10.000, 11.000)

3. Muşmal Hava Yollarının 2000 ile 2018 yılları arasında yolculardan x yılı temsil etmek üzere elde ettiği gelirlerini ifade eden denklem,

$$G = -40|x - 12| + 1000$$

milyon TL şeklinde modellenmiştir.

1 Ocak 2000 tarihinden itibaren en az kaç yıl sonra hava yolu şirketinin yolculardan elde ettiği gelir 760 milyon TL olur?

- A) 18 B) 16 C) 12 D) 10 E) 6

4. Sekiz atletin yarıştığı 400 m koşusunda yarışın bitme süresi ortalama 55,3 saniyedir. En hızlı ve en yavaş koşan atletlerin zamanlarının farkı 7,3 saniyedir.

Buna göre, en hızlı koşan atletin yarış bitirme süresi kaç saniyedir?

- A) 49 B) 48 C) 47 D) 46 E) 45

5. Saniye cinsinden zamanı t, havaya atılan bir topun hızı V (m/s) olmak üzere havaya atılan bir topun zamana göre hız denklemi,

$$V = 30 - 10t \text{ ile verilmektedir.}$$

Buna göre, topun hızı hangi zaman aralığında 10 m/s ile 15 m/s arasındadır?

- A) $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ B) $\left(1, \frac{3}{2}\right)$ C) $\left(\frac{3}{2}, 2\right)$
D) $\left(2, \frac{5}{2}\right)$ E) $\left(\frac{5}{2}, 3\right)$

6. Cevdet'in cebindeki paranın 2 katı ile Gülten'in parasının toplamı Özge'nin parasından az, Gülten'in parasının 3 katı ile Özge'nin parasının toplamı Cevdet'in parasının 6 katından fazladır.

Gülten ile Özge'nin paraları toplamının Cevdet'in parasına oranının tam sayı değeri en az kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

1. A kenti ile B kenti arası 850 km'dir. Hızı 85 km/saat olan bir otobüs ile A kentinden hızı 95 km/ saat olan bir otomobil birbirlerine doğru hareket ediyorlar.



Buna göre, x saat sonra otomobil ile otobüs arasındaki uzaklığı veren ifade hangisidir?

- A) $|850 - 10x|$ B) $|680 - 70x|$
C) $|680 - 10x|$ D) $|170x - 500|$
E) $|850 - 170x|$

2. Bir sınıftaki öğrencilerin boyları 160 cm ile 190 cm arasındadır. Bu sınıftaki bir öğrencinin boyu x santimetredir.

Buna göre, x in alabileceği değerleri ifade eden eşitsizlik aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $|x - 170| < 15$ B) $|x - 175| \leq 15$
C) $|x - 175| < 25$ D) $|x - 170| < 20$
E) $|x - 175| < 30$

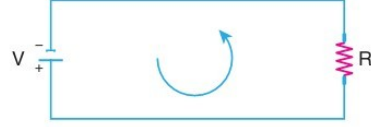
3. Uzunluğu 10 cm olan tahta bir cetvelin tam orta noktasına 1 cm uzunluğunda bir ip ucundan sabitleniyor.



Buna göre, ipin diğer ucunun ulaşabileceği tüm noktaları (x) ifade eden eşitsizlik aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $|x - 4| < 1$ B) $|x - 6| < 1$
C) $|x - 5| \leq 1$ D) $|x - 5| > 1$
E) $|x - 5| \geq 1$

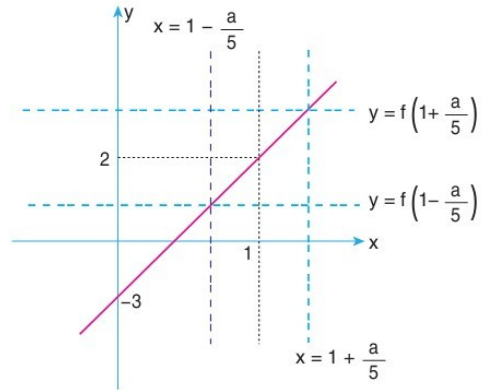
4. Aşağıda gösterilen elektrik devreleri için Ohm Kanunu $V = I \cdot R$ dır. Bu denklemde V sabit bir gerilimi, I amper olarak akımı ve R de ohm olarak direnci ifade eder.



Buna göre, $V = 120$ volt ve I nında $|I - 5| \leq 1$ amper değerleri için R nin değer aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $|R - 5| < 25$ B) $|R - 25| \leq 5$
C) $|R - 20| \leq 10$ D) $|R - 20| < 10$
E) $|R - 15| \leq 15$

5. Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, her $a > 0$ sayısına karşılık,

$$0 < |x - 1| < \frac{a}{5}$$

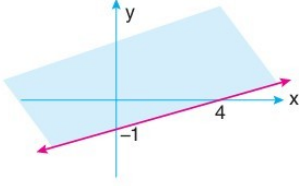
eşitsizliğini sağlayan bütün x gerçekte sayıları için $y = f(x)$ fonksiyonunun değer aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $|f(x) - 2| < 5a$ B) $|f(x) - 3| < \frac{a}{5}$
C) $|f(x) - 3| < \frac{a}{2}$ D) $|f(x) + 2| < a$
E) $|f(x) - 2| < a$

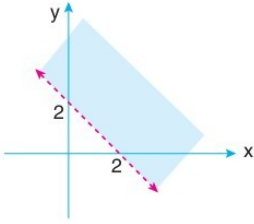
CEVAP ANAHTARI

(I. DERECEDEN DENKLEM VE EŞİTSİZLİKLER-MUTLAK DEĞER)

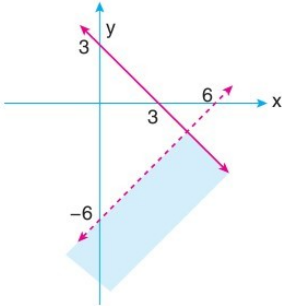
- Sayfa 52, Örnek 1



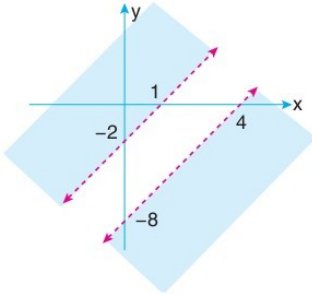
- Sayfa 52, Örnek 2



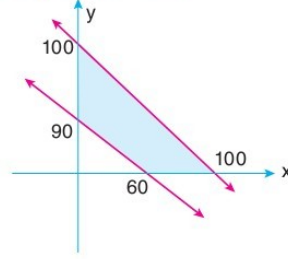
- Sayfa 52, Örnek 3



- Sayfa 52, Örnek 4



- Sayfa 53, Örnek 6



Toplu ve yüksek başarılarımızın mimarı olan
eğitim kadromuzun hazırladığı tüm ürünlerimizi görmek için:
www.aydinyayinlari.com.tr

"HEDEFİ YÜKSEK OLANLARIN TERCİHİ"



AYDIN YAYINLARI

Haymana Yolu 5. km Karşıyaka Mah. 577. Sk. No: 1 Gölbaşı / ANKARA
Tel: 0 (312) 418 10 02 - 0 (850) 577 00 71 · Faks: 0 (312) 418 10 09